PROCEDIMENTO DE PROJETO PARA TRANSFORMADORES DE IMPEDÂNCIAS DE FAIXA LARGA UTILIZANDO LINHAS DE TRANSMISSÃO PARA CIRCUITOS DE RADIOFREQÜÊNCIA

Wanderley Duarte de Sousa[1], Antonio Alves Ferreira Júnior[2]

Abstract *— This paper shows a procedure for broadband impedance transformers design using transmission lines. These devices are widely used in several circuits of communication equipments of radiofrequency and microwaves areas. Quarter-wave transformers with many sections are used and the quantity of structures depends on the bandwidth specified in the project. It is shown the equations and the analytical development for the total reflection coefficient and characteristic impedance for each section of transformer, based in the binomial transformer and the theory of multiple reflections. The influence of standing wave ratio coefficient is shown in the quantity of sections used by transformer to attend specified bandwidth. The results obtained are presented through simulations validating the model presented.*

Index Terms — Quarter-wave transmission line transformer, reflection coefficient, standing wave ratio, multiple reflections.

INTRODUÇÃO

Transformadores de impedância de faixa larga são amplamente utilizados em circuitos de equipamentos de comunicação para as faixas de radiofreqüência e microondas como filtros, amplificadores, adaptadores de impedâncias, etc.. O foco deste trabalho está no estudo dos transformadores de impedância de múltiplas secções de quarto de onda, que proporcionam um aumento na largura de faixa, se comparado com apenas um único trecho de transformador. Apresentam-se as principais características como impedância característica de cada seção, coeficiente de reflexão total, largura de faixa e o desenvolvimento analítico baseado na teoria de pequenas reflexões e no transformador binomial.

Apresenta-se o transformador de quarto de onda e as possíveis variações nos valores das impedâncias em um sistema com reatâncias. São apresentadas as equações para o cálculo, a análise de um transformador de impedâncias multi-secções e o procedimento para um exemplo de projeto do dispositivo sob determinadas condições.

TRANSFORMADOR DE QUARTO DE ONDA

O transformador de quarto de onda é um dispositivo que tem como função transformar impedâncias de um gerador e de uma carga atendendo determinada largura de faixa e uma perda por retorno especificada. Quando o casamento de impedâncias é feito em uma única freqüência de operação, um seguimento de linha com comprimento de um quarto do comprimento de onda é suficiente. Para atender uma faixa de freqüências, utilizam-se dois ou mais segmentos de quarto de onda. Considera-se o acoplamento de uma impedância de carga puramente resistiva Z_L em uma linha de transmissão com impedância característica Z_o por meio de uma secção de linha com impedância característica Z_2. A impedância de carga resultante da junção de Z_L com Z_2, vista pela linha é descrita pela equação

$$Z = Z_2 \left\{ \frac{Z_L + jZ_2 \tan\left(\beta \frac{\lambda}{4}\right)}{Z_2 + jZ_L \tan\left(\beta \frac{\lambda}{4}\right)} \right\} = \frac{Z_2^2}{Z_L} \qquad (1)$$

onde β é o fator de fase e λ o comprimento de onda. Quando Z_2 é igual a $(Z_L Z_0)^{1/2}$, então $Z = Z_o$ e há o casamento entre a carga e a linha.

Em um sistema com reatâncias, o casamento ocorre apenas para a freqüência de projeto. Com transformadores de impedância sem perdas tem-se em sua entrada a impedância transformada. Considerando f0 a freqüência de projeto e f a freqüência em análise, na entrada do transformador encontra se [1]-[2]

$$Z_i = Z_2 \left[\frac{Z_t + jZ_2 \tan\left(\frac{\pi f}{2 f_0}\right)}{Z_2 + jZ_t \tan\left(\frac{\pi f}{2 f_0}\right)} \right] \qquad (2)$$

onde

$$Z_t = R_L + jX_L \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right) \qquad (3)$$

TEORIA DE PEQUENAS REFLEXÕES

Para analisar uma aproximação do transformador de quarto de onda de com várias secções são necessários alguns resultados relativos ao coeficiente de reflexão total

1 Wanderley Duarte de Sousa, Instituto Nacional de Telecomunicações – Inatel, Departamento de Engenharia Elétrica, Avenida João de Camargo, 510, CEP 37540-000, Santa Rita do Sapucaí, MG, Brasil, wanderley@gee.inatel.br
2 Antonio Alves Ferreira Júnior, Instituto Nacional de Telecomunicações – Inatel, Departamento de Engenharia Elétrica, Avenida João de Camargo, 510, CEP 37540-000, Santa Rita do Sapucaí, MG, Brasil, antonioa@inatel.br

resultante de pequenas reflexões. Considera-se uma impedância de carga Z_L conectada a uma linha de transmissão com impedância característica Z_1, através de uma secção intermediaria de linha com impedância característica Z_2 e comprimento elétrico βl (Figura 1). Tem-se que l é o comprimento da secção em metros e β o fator de fase em radianos por metro [1]-[3].

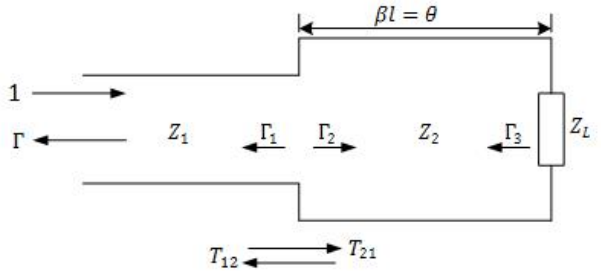

FIGURA. 1
CIRCUITO COM DUAS JUNÇÕES E SEUS RESPECTIVOS COEFICIENTES DE REFLEXÃO.

Para a onda incidente com amplitude unitária, têm-se os coeficientes de transmissão e reflexão de cada junção

$$\Gamma_1 = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \tag{4}$$

$$T_{21} = 1 + \Gamma_1 = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1} \tag{5}$$

$$T_{12} = 1 + \Gamma_2 = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \tag{6}$$

$$\Gamma_3 = \frac{Z_L - Z_2}{Z_L + Z_2} \tag{7}$$

Quando a onda incide na primeira junção é produzida uma reflexão parcial da sua amplitude Γ_1 e uma onda transmitida com amplitude T_{21} incide na segunda junção sendo parte desta refletida com amplitude $\Gamma_3 T_{21}\ e^{-2j\theta}$ incidindo pela direita na primeira junção, gerando novamente uma parcela refletida e outra transmitida. Assim ocorrem infinitas reflexões. A soma de todas as ondas refletidas compõe o sinal total refletido [1], [3].

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_3 T_{12} T_{21} e^{-2j\theta} \sum_{n=0}^{\infty} \Gamma_2^n \Gamma_3^n e^{-2jn\theta} \tag{8}$$

que resulta em uma série geométrica dada por $\sum_{n=0}^{\infty} r^n = (1-r)^{-1}$. Assim,

$$\Gamma = \Gamma_1 + \frac{\Gamma_3 T_{12} T_{21} e^{-2j\theta}}{1 - \Gamma_2 \Gamma_3 e^{-2j\theta}} \tag{9}$$

Realizando as substituições e considerando $|\Gamma_1|$ e $|\Gamma_3|$ pequenos se comparados com a unidade, encontra-se a expressão a seguir. Este resultado mostra que para pequenas reflexões, são consideradas apenas as reflexões de primeira ordem [1].

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_3 e^{-2j\theta} \tag{10}$$

APROXIMAÇÃO DA TEORIA PARA TRANSFORMADORES DE QUARTO DE ONDA DE MULTI-SECÇÕES

A Figura 2 ilustra um transformador de quarto de onda de N secções. O coeficiente de reflexão na primeira junção é

$$\Gamma_0 = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0} = \rho_0 \tag{11}$$

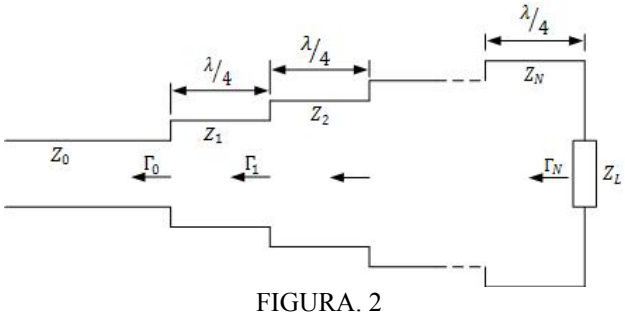

FIGURA. 2
TRANSFORMADOR DE QUARTO DE ONDA.

Na n-esima junção, o coeficiente de reflexão é

$$\Gamma_n = \frac{Z_{n+1} - Z_n}{Z_{n+1} + Z_n} = \rho_n \tag{12}$$

e finalmente na ultima junção tem-se

$$\Gamma_N = \frac{Z_L - Z_N}{Z_L + Z_N} = \rho_N \tag{13}$$

A impedância de carga Z_L é considerada puramente resistiva e pode ser maior ou menor do que Z_0. Sendo maior, todo $\Gamma_n = \rho_n$,onde ρ_n é a magnitude de Γ_n , e se Z_L menor do que Z_0 , todo Γ_n será um número negativo, então é necessário a substituição de ρ_n por - ρ_n. O coeficiente de reflexão total é a soma das reflexões de primeira ordem, então

$$\Gamma = \rho_0 + \rho_1 e^{-2j\theta} + \rho_2 e^{-4j\theta} + \ldots + \rho_N e^{-2Nj\theta} \tag{14}$$

onde $e^{-2j\theta}$ é o atraso de fase introduzido pelas diferentes distâncias que as ondas propagam. Considerando o

transformador simétrico tem-se $\rho_0 = \rho_N$ e $\rho_1 = \rho_{N-1}$. Portanto, para um transformador simétrico o coeficiente de reflexão total é dado por uma série de Fourier

$$\Gamma = 2e^{-jN\theta}\left[\rho_0 \cos(N\theta) + \rho_1 \cos(n-2)\theta + \ldots +\right] \qquad (15)$$

Sendo a série de cossenos uma série periódica dentro do intervalo π, correspondente a faixa de freqüência na qual o comprimento de cada secção do transformador muda de meio comprimento de onda [3]-[4].

CASAMENTO EM FAIXA LARGA COM TRANSFORMADOR BINOMIAL

Quando houver uma grande diferença entre as impedâncias a serem casadas, utilizam-se várias secções de quarto de onda, ligadas em cascata, para proporcionar uma ampliação na largura de faixa. Obtém-se uma máxima largura de faixa plana pela escolha de $\rho = |\Gamma|$ e as primeiras (N-1) derivações com respeito à freqüência desaparecem para a freqüência f_0 onde $\theta = \pi/2$. Tal característica é obtida se for escolhido [1]-[2]

$$\Gamma = A\left(1 + e^{-2j\theta}\right)^N \qquad (16)$$

e assim,

$$\rho = |\Gamma| = \left|A2^N (\cos\theta)^N\right| \qquad (17)$$

Quando $\theta = 0$ ou π tem se $\Gamma = (Z_L - Z_0) / (Z_L + Z_0)$. Então a constante A é dada por

$$A = 2^N \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \qquad (18)$$

Por outro lado, utilizando a teoria de pequenas reflexões, a constante A pode ser escolhida de outra maneira. Expandindo (16) pelo binômio de expansão dado

$$\Gamma = 2^N \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \sum_{n=0}^{N} C_n^N e^{-j2n\theta} \qquad (19)$$

onde os coeficientes binomiais são

$$C_n^N = \frac{N!}{(N-n)!\,n!} \qquad (20)$$

A comparação entre (19) e (14) mostra que deve se escolher

$$\rho_n = 2^{-N} \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} C_n^N = \rho_{N-n} \qquad (21)$$

Para obter uma simples solução para a impedância característica Z_n, mais uma aproximação é conveniente

$$\ln\left(\frac{Z_{n+1}}{Z_n}\right) = 2\rho_n = 2^{-N} C_n^N \ln\frac{Z_L}{Z_0} \qquad (22)$$

sendo n o índice da secção do transformador, N o número total de seções necessárias e Z_{n+1} a impedância característica de cada secção. A equação (22) traz a solução para o logaritmo das impedâncias desde que estas sejam proporcionais aos coeficientes binomiais. Esta aproximação é válida somente para $0{,}5Z_0 < Z_L < 2Z_0$. Para este tipo de projeto a largura de banda é descrita por

$$\frac{\Delta f}{f_0} = 2\frac{f_m - f_0}{f_0} = 2\left(1 - \frac{2}{\pi}\theta_m\right) \qquad (23)$$

onde

$$\theta_m = \frac{\pi}{2}\left(\frac{f_m}{f_0}\right) \qquad (24)$$

e realizando as substituições encontra-se

$$\frac{\Delta f}{f_0} = 2 - \frac{4}{\pi}\cos^{-1}\left[\left|\frac{\rho_m}{(Z_L - Z_0)/(Z_L + Z_0)}\right|^{1/N}\right] \qquad (25)$$

onde ρ_m é o máximo valor de magnitude do coeficiente de reflexão dentro da faixa de passagem, Z_L é a impedância de carga, Z_0 a impedância característica da linha principal e N é o número de secções do transformador [3]-[4].

RESULTADOS

Como exemplo de projeto, tem-se um transformador binomial com três secções para realizar a adaptação de uma carga de 50Ω a uma linha de 100Ω. A largura de faixa será dimensionada para $\Gamma_m = 0{,}05$. Através de (25) tem se que $\Delta f = 0{,}71 f_0$ e de (20) obtém-se $C_0^3 = 1$, $C_1^3 = 3$, $C_2^3 = 3$. Calculando a impedância por (22) tem-se $Z_1 = 91{,}7\Omega$, $Z_2 = 70{,}7\Omega$, $Z_3 = 54{,}5\Omega$.

TABELA I
PROJETO DE TRANSFORMADOR BINOMIAL

	N=2		N=3		
Z_1/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_1/Z_0	Z_2/Z_0	Z_3/Z_0
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
1,5	1,1067	1,3554	1,0520	1,2247	1,4259
2,0	1,1892	1,6818	1,0907	1,4142	1,8337
3,0	1,3161	2,2795	1,1479	1,7321	2,6135
4,0	1,4142	2,8285	1,1907	2,0000	3,3594
6,0	1,5651	3,8336	1,2544	2,4495	4,7832
8,0	1,6818	4,7568	1,3022	2,8284	6,1434
10	1,7783	5,6233	1,3409	3,1623	7,4577

Para o uso dos dados da tabela, é necessário considerar a linha de 100Ω como sendo Z_L e 50Ω como Z_0,

então $Z_L/Z_0 = 2$. Assim, tem-se que $Z_1 = 91{,}7\Omega$, $Z_2 = 70{,}7\Omega$ e $Z_3 = 54{,}5\Omega$. Considerando uma freqüência de projeto de 100MHz tem-se a magnitude do coeficiente de reflexão em função da freqüência para transformadores com 1, 2 e 3 secções de transformação.

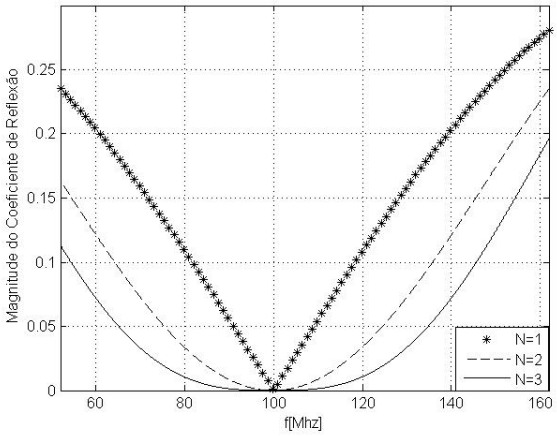

FIGURA. 3
MAGNITUDE DO COEFICIENTE DE REFLEXÃO EM FUNÇÃO DA FREQÜÊNCIA PARA DISPOSITIVOS COM 1, 2 E 3 SEÇÕES.

CONCLUSÃO

Com o estudo das concepções apresentadas neste trabalho, conclui-se que é possível de forma eficiente a implementação de um transformador de impedâncias de multi-secções, sendo que os resultados obtidos validaram a proposta de projeto. Apresentou-se o desenvolvimento analítico e por meio de gráficos apresentou-se a variação da largura de banda em relação ao número de secções de transformação. Mostrou-se o equacionamento para projetar um transformador de quarto de onda e suas principais características.

REFERÊNCIAS

[1] Collin, Robert, E, "Fundations for Microwave Engineering", New York, IEEE Press, 2. ed., 2001.

[2] Ribeiro, José, Antônio, "Engenharia de microondas", São Paulo, Érica, 1. ed., 2008.

[3] Balanis, Constantine, A, "Advanced Engineering Eletromagnetcs", New York, *John Wiley & Sons*, 1989.

[4] Pozar, David, M, "Microwave engineering", New York, *John Wiley &Sons,* 2. ed., 1998.