MÉTODOS DE NEWTON DESACOPLADO NA SOLUÇÃO DO FLUXO DE CARGA CONTINUADO

Elisabete de Mello Magalhães [1], Dilson Amâncio Alves [2], Alfredo Bonini Neto [3]

Abstract — *This paper presents a study of the implementation of decoupled versions of Newton, for the continuation power flow, to obtain the maximum loading point of power systems. Makes use of the simultaneous resolution schemes and alternate. It is observed that the maximum loading point is of fundamental importance because it defines the boundary between the operating regions of stable and unstable in terms of static voltage stability. The use of the angle of the voltage and voltage as a parameters was efficients for the determination of the maximum loading point. The results obtained for IEEE test system (14 and 30 buses), using the schemes mentioned, show that the alternate presents better performance that the simultaneous. When compared to the Newton's Raphson method, the scheme alternate shows satisfactory performance, not changing the final solution.*

Index Terms — Continuation Method, Decoupled Methods, Power Flow, Maximum Loading Point.

INTRODUÇÃO

A crescente preocupação com os problemas relacionados com a estabilidade estática de tensão se deve à sua importância para o planejamento e a operação dos sistemas elétricos de potência. Fatores como o crescente aumento da demanda de energia, a transferência de elevadas quantidades de potência para atender o consumo, aliados as exigências econômicas e ambientais têm levado os sistemas a operarem próximos de seus limites, ou seja, com pequenas margens de segurança. A combinação desses fatores pode ser desastrosa, pois tornam os sistemas elétricos de potência vulneráveis, ou seja, expostos ao risco de uma situação de instabilidade de tensão. Diante desta situação, visando assegurar uma condição de operação segura para os sistemas elétricos, surgem vários métodos de análise da estabilidade estática de tensão. Esses métodos de análise estática possibilitam avaliar as condições de operação do sistema e de sua margem de segurança. Essa análise pode ser realizada a partir da obtenção do perfil de tensão das barras em função de seu carregamento (curvas P-V e Q-V). Estas curvas são importantes, pois permitem a compreensão das condições de operação do sistema para diferentes carregamentos, e têm sido recomendadas pelas empresas do setor elétrico nacional [1] e internacional [2] para a avaliação da estabilidade de tensão. Entre os objetivos fundamentais dos métodos de análise da estabilidade estática de tensão está a obtenção do ponto de máximo carregamento (PMC) dos sistemas de potência. A importância deste ponto reside no fato de que ele define a fronteira entre as regiões de operação estável e instável, além disso, é neste ponto que se faz a análise modal e são fornecidas informações para medidas efetivas de reforço do sistema.

Os métodos mais utilizados para o traçado das curvas P-V são o fluxo de carga convencional (FC), ou método de Newton, e o fluxo de carga continuado (FCC). O primeiro considerado robusto converge quase sempre e com poucas iterações, mas devido a problemas de singularidade da matriz Jacobiana em torno e no PMC, não possibilita precisar o PMC. Por outro lado, o FCC supera os problemas de singularidade no PMC através da adição de equações parametrizadas possibilitando com isso, a determinação precisa do PMC. A diferença entre os FCC está no modo como este parâmetro é escolhido.

Tomando por base esse contexto, este trabalho tem por objetivo apresentar um estudo da utilização de outros métodos de FC para o traçado das curvas P-V. Esses métodos, derivados do FC convencional e presentes na literatura, são os Métodos de Newton Desacoplado, cujos algoritmos simultâneo e alternado são aplicados ao FCC com o objetivo de traçar as curvas P-V e obter o PMC em sistemas de potência. O interesse pelo uso dos métodos desacoplados em particular, se deve à necessidade de redução do tempo computacional exigido pelos FCC para o traçado das curvas P-V. Nesse trabalho são feitas comparações entre os desempenhos dos FCC utilizando o método de Newton e o método de Newton desacoplado considerando os algoritmos simultâneo e alternado. Cabe ressaltar que o desacoplamento altera o processo de convergência, modificando o caminho percorrido entre o ponto inicial e a solução, mas não provoca alterações significativas na solução final do problema original de fluxo de carga.

Os resultados foram obtidos para os sistemas do IEEE (14 e 30 barras), utilizando os algoritmos simultâneo e alternado e o método de Newton.

1 Elisabete de Mello Magalhães, UNESP - Departamento de Engenharia Elétrica, Av. Brasil, 56, Cx. P. 31, 15385-000, Ilha Solteira – Brasil, elisabete.magalhaes@yahoo.com.br
2 Dilson Amancio Alves, UNESP - Departamento de Engenharia Elétrica, Av. Brasil, 56, Cx. P. 31, 15385-000, Ilha Solteira – Brasil, dalves@dee.feis.unesp.br
3 Alfredo Bonini Neto, UNESP - Departamento de Engenharia Elétrica, Av. Brasil, 56, Cx. P. 31, 15385-000, Ilha Solteira – Brasil, alfredoneto@aluno.feis.unesp.br

MÉTODO DE NEWTON CONVENCIONAL

Com o gradativo crescimento dos sistemas elétricos ao longo dos anos os mesmos foram tornando-se mais complexos passando a exigir métodos de resolução mais robustos e eficientes, neste contexto surge o método de Newton-Raphson ou FC convencional constituindo-se uma importante ferramenta na solução do problema de FC.

O método de Newton convencional caracteriza-se pela robustez, devido a essa característica converge quase sempre e com poucas iterações, em virtude disso é considerado por especialistas no assunto o método com melhor desempenho para redes de transmissão e subtransmissão. Cabe salientar que a boa convergência desse método depende muito da estimativa da solução inicial.

O método iterativo de Newton é aplicado à resolução das equações do fluxo de carga (determinar os valores de $\mathbf{V}_k$ e $\boldsymbol{\theta}_k$ para todas as barras do sistema).

Por MONTICELLI, 1983:

$$\begin{aligned} &\mathbf{G}(\boldsymbol{\theta},\mathbf{V}) = 0 \\ &\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P} = \mathrm{P}^{esp} - \mathrm{P}(\boldsymbol{\theta},\mathbf{V}) = 0 \\ &\boldsymbol{\Delta}\mathbf{Q} = \mathrm{Q}^{esp} - \mathrm{Q}(\boldsymbol{\theta},\mathbf{V}) = 0 \end{aligned} \tag{1}$$

em que:

$\mathbf{G}(\boldsymbol{\theta},\mathbf{V})$ conjunto de equações básicas do FC.

$\mathbf{P}$ é o vetor das injeções de potência ativa nas barras PQ e PV, e $\mathbf{Q}$, o das injeções de potência reativa nas barras PQ.

P^{esp} e $\mathbf{Q}^{esp}$ são respectivamente os valores das injeções de potência ativa e reativa, especificados para as barras.

$\boldsymbol{\Delta}\mathbf{P}$ e $\boldsymbol{\Delta}\mathbf{Q}$ são denominados *mismatches* ou resíduos de potência ativa e reativa, respectivamente.

O ponto central do processo de resolução de (1) consiste em se determinar o vetor de correções $\boldsymbol{\Delta}\mathbf{x}$.

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}^v) = -\mathrm{J}(\mathbf{x}^v)\boldsymbol{\Delta}\mathbf{x}^v \Rightarrow \boldsymbol{\Delta}\mathbf{x}^v = -\left[\mathrm{J}\left(\mathrm{x}^v\right)\right]^{-1} \mathrm{g}\left(\mathrm{x}^v\right)$$

Segue:

$$\boldsymbol{\Delta}\mathbf{x}^v = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Delta\theta}^v \\ \boldsymbol{\Delta}\mathbf{V}^v \end{bmatrix} \begin{matrix} \rightarrow \ \mathrm{NPQ+NPV} \\ \rightarrow \ \mathrm{NPQ} \end{matrix}$$

$$\mathrm{g}(\mathbf{x}^v) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Delta}\mathbf{P}^v \\ \boldsymbol{\Delta}\mathbf{Q}^v \end{bmatrix} \begin{matrix} \rightarrow \ \mathrm{NPQ+NPV} \\ \rightarrow \ \mathrm{NPQ} \end{matrix}$$

Tomando por base as expressões dos vetores $\Delta\mathbf{P}$ e $\Delta\mathbf{Q}$ em (1) pode-se representar a matriz Jacobiana da seguinte forma:

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}^v) = -\begin{bmatrix} \dfrac{\partial \mathbf{P}(\boldsymbol{\theta},\mathbf{V})}{\partial \boldsymbol{\theta}} & \dfrac{\partial \mathbf{P}(\boldsymbol{\theta},\mathbf{V})}{\partial \mathbf{V}} \\ \dfrac{\partial \mathbf{Q}(\boldsymbol{\theta},\mathbf{V})}{\partial \boldsymbol{\theta}} & \dfrac{\partial \mathbf{Q}(\boldsymbol{\theta},\mathbf{V})}{\partial \mathbf{V}} \end{bmatrix}^{(v)} \begin{matrix} \rightarrow \mathrm{NPQ+NPV} \\ \rightarrow \mathrm{NPQ} \end{matrix} \tag{2}$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ \mathrm{NPQ+NPV} & \mathrm{NPQ} \end{matrix}$$

As submatrizes que compõem a matriz Jacobiana $\mathbf{J}$ dada em (2) são geralmente representadas por

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \frac{\partial \mathrm{P}(\boldsymbol{\theta},\mathbf{V})}{\partial \boldsymbol{\theta}}; \qquad \mathbf{N} = \frac{\partial \mathrm{P}(\boldsymbol{\theta},\mathbf{V})}{\partial \mathbf{V}} \\ \mathbf{M} &= \frac{\partial \mathrm{Q}(\boldsymbol{\theta},\mathbf{V})}{\partial \boldsymbol{\theta}}; \qquad \mathbf{L} = \frac{\partial \mathrm{Q}(\boldsymbol{\theta},\mathbf{V})}{\partial \mathbf{V}} \end{aligned} \tag{3}$$

Considerando-se as expressões (2) e (3) obtém-se a equação (4) que determina a aplicação do método de Newton-Raphson ao problema do Fluxo de Carga.

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Delta}\mathbf{P}^v \\ \boldsymbol{\Delta}\mathbf{Q}^v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{L} \end{bmatrix}^v \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Delta\theta}^v \\ \boldsymbol{\Delta}\mathbf{V}^v \end{bmatrix} \tag{4}$$

As componentes dessas submatrizes jacobianas são expressas por:

$$\mathbf{H}\begin{cases} \mathrm{H}_{km} = \dfrac{\partial \mathbf{P}_k}{\partial \boldsymbol{\theta}_m} = \mathrm{V}_k \mathrm{V}_m (\mathrm{G}_{km}\mathrm{sen}\theta_{km} - \mathrm{B}_{km}\cos\theta_{km}) \\ \mathrm{H}_{kk} = \dfrac{\partial \mathbf{P}_k}{\partial \boldsymbol{\theta}_k} = -\mathrm{V}_k^2 \mathrm{B}_{kk} - \mathrm{V}_k \sum\limits_{m\in K} \mathrm{V}_m (G_{km} sen\theta_{km} - \mathrm{B}_{km}\cos\theta_{km}) \end{cases}$$

$$\mathbf{N}\begin{cases} \mathrm{N}_{km} = \dfrac{\partial \mathbf{P}_k}{\partial \mathbf{V}_m} = \mathrm{V}_k (\mathrm{G}_{km}\cos\theta_{km} + \mathrm{B}_{km}\mathrm{sen}_{km}) \\ \mathrm{N}_{kk} = \dfrac{\partial \mathbf{P}_k}{\partial \mathbf{V}_k} = \mathrm{V}_k \mathrm{G}_{kk} + \sum\limits_{m\in K} \mathrm{V}_m (\mathrm{G}_{km}\cos\theta_{km} - \mathrm{B}_{km} sen\theta_{km}) \end{cases}$$

$$\mathbf{M}\begin{cases} \mathrm{M}_{km} = \dfrac{\partial \mathbf{Q}_k}{\partial \boldsymbol{\theta}_m} = -\mathrm{V}_k \mathrm{V}_m (\mathrm{G}_{km}\cos\theta_{km} + \mathrm{B}_{km}\mathrm{sen}\theta_{km}) \\ \mathrm{M}_{kk} = \dfrac{\partial \mathbf{Q}_k}{\partial \boldsymbol{\theta}_k} = -\mathrm{V}_k^2 \mathrm{G}_{kk} + \mathrm{V}_k \sum\limits_{m\in K} \mathrm{V}_m (\mathrm{G}_{km}\cos\theta_{km} + \mathrm{B}_{km}\mathrm{sen}\theta_{km}) \end{cases}$$

$$\mathbf{L}\begin{cases} \mathrm{L}_{km} = \dfrac{\partial \mathbf{Q}_k}{\partial \mathbf{V}_m} = \mathrm{V}_k (\mathrm{G}_{km}\mathrm{sen}\theta_{km} - \mathrm{B}_{km}\cos\theta_{km}) \\ \mathrm{L}_{kk} = \dfrac{\partial \mathbf{Q}_k}{\partial \mathbf{V}_k} = -\mathrm{V}_k \mathrm{B}_{kk} + \sum\limits_{m\in K} \mathrm{V}_m (\mathrm{G}_{km} sen\theta_{km} - \mathrm{B}_{km}\cos\theta_{km}) \end{cases}$$

FLUXO DE CARGA CONTINUADO

O fluxo de carga continuado (FCC) é uma aplicação em engenharia dos métodos da continuação, mais

especificamente na área de sistemas elétricos de potência, em que analisa o estado do sistema representado por um conjunto de equações algébricas não-lineares parametrizadas [3]. Difere das equações do fluxo de carga convencional pela adição da variável λ (fator de carregamento).

De acordo com a análise estática da estabilidade de tensão, o sistema de potência é representado pelo seguinte conjunto de equações

$$\begin{aligned} &\mathbf{G}(\boldsymbol{\theta},\mathbf{V},\lambda)=0 \\ &\Delta\mathbf{P}=\lambda\mathbf{P}^{esp}-\mathbf{P}(\boldsymbol{\theta},\mathbf{V})=0 \\ &\Delta\mathbf{Q}=\lambda\mathbf{Q}^{esp}-\mathbf{Q}(\boldsymbol{\theta},\mathbf{V})=0 \end{aligned} \tag{5}$$

em que $\mathbf{V}$ é o vetor das magnitudes de tensão nodais, $\boldsymbol{\theta}$ é o vetor dos ângulos de fase nodais, λ é o fator de carregamento

Mais recentemente foi proposta a utilização do FCC para encontrar as sucessivas soluções de fluxo de carga para um cenário de carga dado, objetivando traçar os perfis de tensão a partir de um caso base (λ=1) até o ponto de máximo carregamento. Obtém-se, dessa forma não só a margem de carregamento, mas também informações adicionais a respeito do comportamento das tensões das barras do sistema em análise. O método de Newton [4], [5] e o método desacoplado [6] são utilizados para a solução do problema parametrizado. Dentre os vários métodos de fluxo de carga continuados descritos na literatura, o mais utilizado consiste de quatro elementos básicos: um passo preditor, um procedimento de parametrização, um controle de passo e um passo corretor. A reformulação das equações do fluxo de carga visa à eliminação da singularidade da matriz Jacobiana no PMC e, consequentemente, dos problemas numéricos que ocorrem em torno deste.

Encontrada a solução da equação (1) para o caso base $(\boldsymbol{\theta}_0, \mathbf{V}_0 \text{ e } \lambda_0 = 1)$ executa-se um passo preditor para encontrar um ponto aproximado para a próxima solução $(\boldsymbol{\theta}_n, \mathbf{V}_n, \lambda_n)$. Entre as várias técnicas de previsão existentes na literatura as mais utilizadas são a tangente [4], [7] e a secante [8], [9]. No preditor tangente a estimativa é encontrada dando um passo de tamanho apropriado na direção do vetor tangente à curva P-V, no ponto correspondente à solução atual. A técnica de previsão secante é dividida em secante de ordem um que utiliza as soluções atuais e anteriores, para estimar a solução seguinte e secante de ordem zero, que utiliza a solução atual e um passo fixo no parâmetro $(\boldsymbol{\theta}_k, \mathbf{V}_k \text{ ou } \lambda)$ para estimar a próxima solução, está é a técnica adotada neste trabalho.

A parametrização fornece uma forma de identificar cada solução ao longo da trajetória de soluções obtidas. Parametrização local consiste na troca de parâmetro próximo do PMC. No método do vetor tangente, a variável escolhida como parâmetro é aquela que apresentar a maior variação, e no preditor secante, é escolhido como parâmetro o elemento que apresentar a máxima variação relativa. Assim, λ passa a ser tratada como variável dependente, logo a variável escolhida passa a ser o novo parâmetro. Feita a previsão da solução é necessário fazer a correção, já que a solução prevista não é a solução correta. Este procedimento evita o acúmulo de erro. Quanto mais próxima a solução prevista estiver da solução correta, menor será o número de iterações necessárias para a obtenção da curva trajetória de soluções (curva P-V) dentro da precisão desejada.

Neste passo é adicionada à equação (5) uma equação do tipo $y - y^e = 0$, em que y e y^e correspondem respectivamente à variável escolhida como parâmetro da continuação e seu valor previsto.

Na resolução desse sistema de equações do passo corretor o método de Newton-Raphson ligeiramente modificado é o mais utilizado, mas outros métodos numéricos também podem ser empregados [10].

METODOLOGIA PROPOSTA

Na metodologia proposta considera-se o desacoplamento P$\boldsymbol{\theta}$-Q$\mathbf{V}$, ou seja, o fato de que existe um forte acoplamento entre [P e θ], [Q e V] e um fraco acoplamento entre [Q e θ], [P e V], fato verificado para redes de transmissão de extra-alta-tensão (magnitudes das tensões acima de 230 KV) e ultra-alta-tensão (acima de 750 KV) [11]. O desacoplamento permite o uso de duas técnicas de resolução, a simultânea e a alternada para os subproblemas P$\boldsymbol{\theta}$ **e** Q$\mathbf{V}$**.**

Algoritmo Simultâneo

As submatrizes jacobianas N e M são ignoradas, então as equações na forma de resolução simultânea se apresentam da seguinte forma:

$$\begin{cases} \Delta\mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}^v,\mathbf{V}^v)=\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}^v,\mathbf{V}^v)\Delta\boldsymbol{\theta}^v \\ \Delta\mathbf{Q}(\boldsymbol{\theta}^v,\mathbf{V}^v)=\mathbf{L}(\boldsymbol{\theta}^v,\mathbf{V}^v)\Delta\mathbf{V}^v \end{cases} \tag{6}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{\theta}^{v+1}=\boldsymbol{\theta}^v+\Delta\boldsymbol{\theta}^v \\ \mathbf{V}^{v+1}=\mathbf{V}^v+\Delta\mathbf{V}^v \end{cases} \tag{7}$$

No algoritmo de resolução simultânea, $\boldsymbol{\theta}$ e $\mathbf{V}$ são atualizados simultâneamente.

Algoritmo Alternado

Neste algoritmo as equações são colocadas na forma:

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}^{v}, \mathbf{V}^{v}) = \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}^{v}, \mathbf{V}^{v})\Delta\boldsymbol{\theta}^{v} \\ \boldsymbol{\theta}^{v+1} = \boldsymbol{\theta}^{v} + \Delta\boldsymbol{\theta}^{v} \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{Q}(\boldsymbol{\theta}^{v}, \mathbf{V}^{v}) = \mathbf{L}(\boldsymbol{\theta}^{v}, \mathbf{V}^{v})\Delta\mathbf{V}^{v} \\ \mathbf{V}^{v+1} = \mathbf{V}^{v} + \Delta\mathbf{V}^{v} \end{cases} \quad (9)$$

Desta forma as variáveis $\boldsymbol{\theta}$ e $\mathbf{V}$ são atualizadas a cada meia iteração, sendo (8) correspondente à meia-iteração ativa responsável pela atualização dos ângulos de fase das tensões e (9) à meia iteração reativa responsável pela atualização das magnitudes de tensão, com isso os subproblemas $\mathbf{P\theta}$ e $\mathbf{QV}$ podem ter velocidades de convergência distintas para cada subproblema [11].

TESTES E RESULTADOS

Para todos os testes realizados, a tolerância adotada para os mismatches de potência foi de 10^{-4} p.u.. A solução inicial é obtida para o caso base partindo-se do *flat start*, quando se considera **V**=1,0 p.u e **θ**=0 graus, isto é, a estimativa inicial em que todos os ângulos são assumidos iguais a zero e as tensões iguais a 1,0 p.u.. Os demais pontos da curva são obtidos, a partir da solução anterior, incrementando-se o valor de λ.

TESTES E RESULTADOS PARA O IEEE 14

A Fig. 1 apresenta respectivamente o desempenho do método de Newton desacoplado alternado e método de Newton ambos utilizando θ como parâmetro da continuação para o traçado da curva P-V e obtenção do PMC. A Fig. 1(a) apresenta a curva P-V da barra crítica 14. Já a figura 1(b) compara o número de iterações utilizadas para cada método. Para cada ponto obtido na curva, nota-se que o método de Newton utiliza um número menor de iterações, mas o Newton desacoplado alternado possui a vantagem de exigir menos cálculo, já que para cada meia iteração ativa ou reativa é necessário inverter apenas as duas submatrizes Jacobianas H e L, enquanto no Newton para os mesmos cálculos é preciso inverter a matriz Jacobiana completa.

A Fig. 2 mostra o desempenho do método desacoplado simultâneo para o traçado da curva P-V fazendo-se uso de uma equação de reta por tensão na barra crítica e α como parâmetro. Fig. 2(a) apresenta a curva P-V da barra crítica 14, observa-se que o uso da reta permitiu uma melhor convergência do método, na Fig.2(b) é apresentado o número de iterações para cada ponto convergido da curva, nota-se que em relação ao alternado parametrizado por θ exige um número maior de iterações.

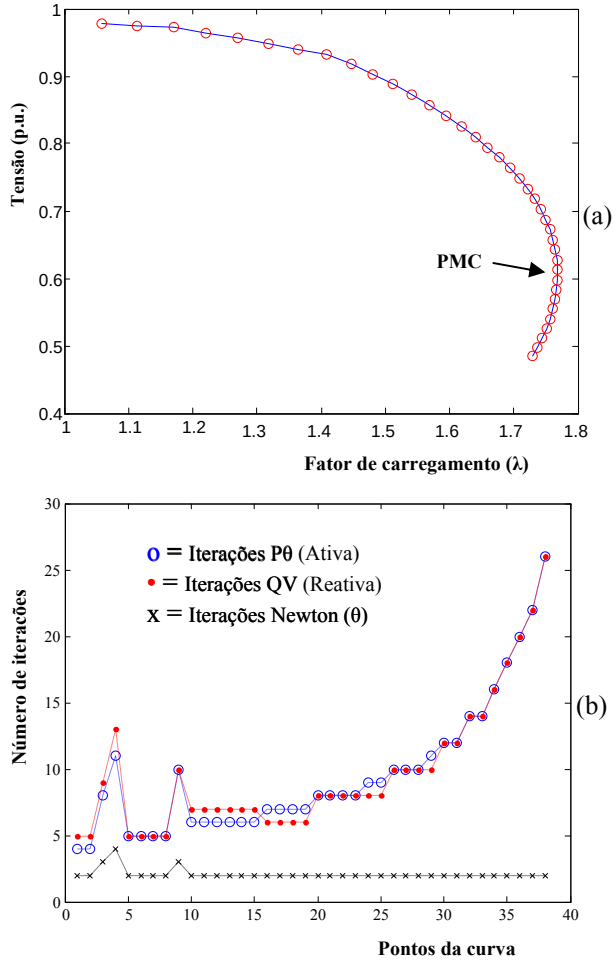

FIGURA 1
SISTEMA IEEE-14: (A) CURVA P-V DA BARRA CRÍTICA OBTIDA PELO PARÂMETRO Θ, (B) NÚMERO DE ITERAÇÕES.

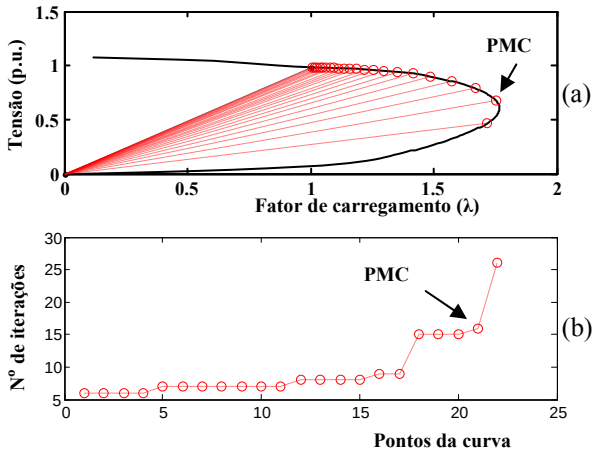

FIGURA 2
SISTEMA IEEE-14: (A) CURVA P-V DA BARRA CRÍTICA OBTIDA PELOS PARÂMETROS EQUAÇÃO DE RETA POR TENSÃO E A NA BARRA 14, (B) NÚMERO DE ITERAÇÕES.

TESTES E RESULTADOS PARA O IEEE 30

A Fig. 3 apresenta o desempenho do método desacoplado alternado e Newton para o traçado da curva P-V e obtenção do PMC, pode-se observar que o desacoplado alternado se mostra tão eficiente quanto o Newton tanto na obtenção do PMC (Fig. 3(a)) como no número de iterações utilizado para cada solução obtida sobre a curva P-V (Fig. 3(b)).

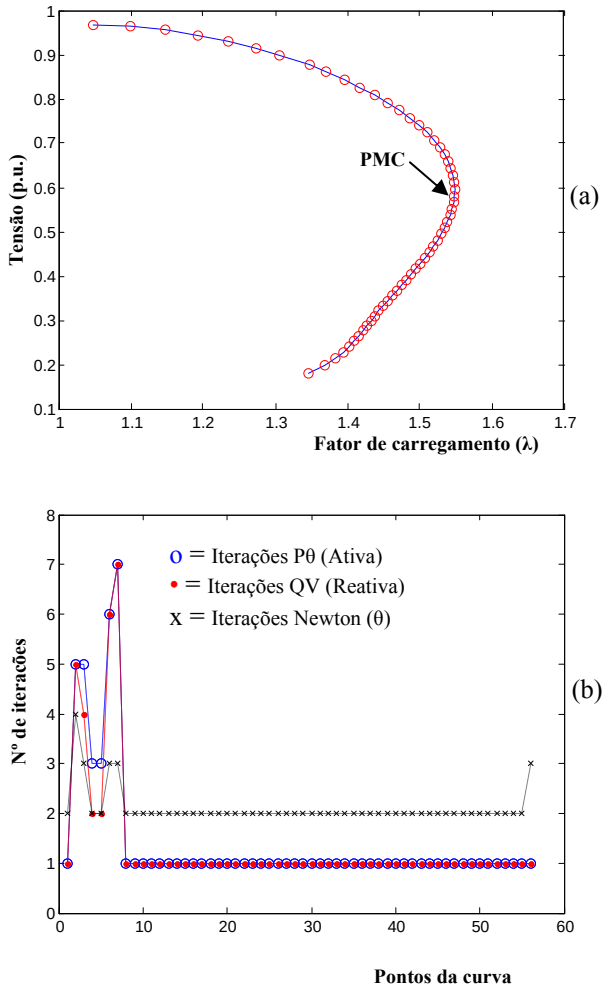

FIGURA 3

SISTEMA IEEE-14: (A) CURVA P-V DA BARRA CRÍTICA 30 OBTIDA PELO PARÂMETRO Θ, (B) NÚMERO DE ITERAÇÕES.

CONCLUSÃO

Neste trabalho apresentou-se o desempenho do método de Newton e suas versões desacopladas utilizando os algoritmos simultâneo e o alternado na obtenção da curva P-V, ambos apresentaram bom desempenho, obtendo o mesmo estado convergido. O desacoplado alternado mostrou-se no geral mais eficiente que o desacoplado simultâneo, principalmente quando o parâmetro da continuação utilizado é o ângulo da magnitude de tensão da barra crítica.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro do CNPq.

REFERÊNCIAS

[1] FTCT-Força Tarefa Colapso de Tensão. Critérios e Metodologias Estabelecidos no âmbito da Força – Tarefa Colapso de Tensão do GTAD/SCEL/GCOI para Estudos de Estabilidade de Tensão nos Sistemas interligados Norte/Nordeste, Sul/Sudeste e Norte/Sul Brasileiros, XV SNPTEE, GAT-10, Foz do Iguaçu, PR, 1999.

[2] WSCC, Final Report, Voltage Stability Criteria, Undervoltage Load Shedding Strategy, and Reactive Power Reserve Monitoring Methodology, Reactive Power Reserve Work Group (RRWG), p. 154, 1998.

[3] SEYDEL, R. From Equilibrium to Chaos: Pratical Bifurcation and Stability Analisys, 2 ª ed. , New York: Springer-Verlag, p. 407, 1994.

[4] AJJARAPU, V.; CHRISTY, C. The Continuation Power Flow: a Tool for Steady State Voltage Stability Analisys IEEE Trans. On Power Systems, v. 7, n. 1, p. 416-423, 1992.

[5] CAÑIZARES, C. A.; ALVARADO, F. L.; DeMARCO, C. L.; DOBSON, I.; LONG, W. F. Point of Collapse Methods Applied to AC/DC Power Systems. IEEE Trans. On Power Systems, v. 7, n. 2, p. 673-683, 1992.

[6] BIJWE, P. R. & TARE, R. S. An Efficient Continuation Power Flow Method for Voltage Stability Analisys, Electric machines and Power systems, v. 25, p. 927-938, 1997.

[7] AJJARAPU , V.; LAU, P. L. & BATULA, S. An Optimal Reactive Power Planning Strategy Against Voltage Collapse, IEEE Trans. on Power Power Systems, v. 9, n. 2, p. 906-917, may, 1994.

[8] CHIANG, H. D.; FUECK, A.; SHAH, K. S.; BALU, N. CPFLOW: A Pratical Tool for tracing Power System Steady state Stationary Behavior Due to Load and Generation Variations. IEEE Trans. on Power Systems, v. 10, n. 2, p. 623-634, 1995.

[9] CHIANG, H. D.; LI, H. Y.; FUKUYAMA, Y.; NAKANISHI, Y. The generation of ZIP-V curves for tracing power system state stationary behavior due to load and generation variations. In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY SUMMER MEETING, Julho 1999, Edmonton. Procedings…, p. 647-652, 1999.

[10] Alves D. A., da Silva L. C. P., Castro C. A., and da Costa V. F., "Parameterized fast decoupled power flow methods for obtaining the maximum loading point of power systems-part-I: mathematical modeling", Electric Power Systems Research, vol. 69, pp. 93-104, April 2004.

[11] MONTICELLI, A. J. "Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica". São Paulo: Editora Blücher Ltda. , 1983.

[12] CASTRO, C. A. Cálculo de Fluxo de Carga. Disponível em: http://www.dsee.fee.unicamp.br/~ccastro. Acesso em 9 de março, 2009.