

# Fluxo de Carga versus Fluxo de Carga Continuado Parte II: Métodos de Newton

Dilson A. Alves<sup>1</sup> e Rogério R. Matarucco<sup>1</sup>

**Resumo** — O método de fluxo de carga convencional é considerado inadequado para se obter o ponto de máximo carregamento (PMC) de sistemas de potência, devido à singularidade da matriz Jacobiana neste ponto. Os métodos da continuação são ferramentas eficientes para a solução deste tipo de problema, visto que técnicas de parametrização podem ser utilizadas para evitar a singularidade da matriz Jacobiana. Neste trabalho são apresentados e avaliados os métodos de Newton convencional e propostos, considerando as variações de cargas numa única barra.

**Palavras - Chave** — Fluxo de Carga, métodos da continuação, ponto de máximo carregamento.

## INTRODUÇÃO

Os objetivos deste trabalho são os de introduzir os conceitos básicos dos métodos de Newton propostos para a solução de fluxo de carga (FC) e demonstrar que, uma vez adequadamente equacionados, a nova matriz Jacobiana não mais será singular no PMC. Assim, qualquer um dos métodos propostos poderá ser usado para a obtenção do PMC de um sistema de potência. Os métodos estão subdivididos de acordo com as curvas a serem traçadas: PV, QV, e SV. Ao final demonstra-se que os métodos utilizados no traçado das curvas PV e QV podem ser considerados como casos particulares do usado para o traçado da curva SV. As expressões analíticas apresentadas na parte I [1] são usadas para convalidar os resultados obtidos pelos métodos modificados de Newton, existente e propostos, considerando as variações de cargas numa única barra. Finalmente, conclui-se que todos os métodos aqui apresentados são casos particulares do método da continuação, e que utilizam, no passo preditor, a técnica de previsão trivial conhecida como polinomial modificada de ordem zero, a qual usa a solução atual e um incremento fixo no parâmetro escolhido, como uma estimativa para a próxima solução.

## OBTENÇÃO DAS CURVAS QV, PV E SV PELO MÉTODO DE NEWTON [2]-[4]

A seguir apresentam-se os métodos de Newton-Raphson utilizados para o traçado das curvas QV, PV, e SV, para o caso de variação de potência em apenas uma única barra. O entendimento destes métodos aplicados a um sistema simples facilita a análise de casos mais gerais e mais próximos da realidade, nos quais a potência é variada ao longo de todo o sistema.

## Curva QV

As curvas QV expressam a relação entre o suporte de reativos ( $Q_r$ ) numa dada barra e a tensão naquela barra [4]. Trata-se de um método clássico de análise estática da estabilidade de tensão, no qual uma fonte fictícia de potência ativa nula e de potência reativa variável (por esta razão denominada como compensador síncrono, sem limite de reativos), é colocada numa barra especificada (para a qual se deseja obter a máxima potência reativa ou a margem de reativo) e a tensão é variada para obter a curva QV. Nos termos de FC, a barra é simplesmente redefinida como barra tipo PV, sendo uma de suas principais vantagens pois é de fácil implementação. Dessa forma, para cada tensão especificada executa-se um programa de FC e obtém-se a potência reativa necessária para se manter o nível preestabelecido de tensão. A redefinição da barra se faz necessária para a eliminação da singularidade da matriz  $J$ , que como foi visto se torna singular no PMC. Com a especificação da tensão  $V_k$  eliminam-se a linha e a coluna  $k$  da matriz  $J$  correspondente a  $\partial Q_k / \partial V_k$ ; procedimento similar ao utilizado ao se adotar uma determinada barra como referência angular para eliminar a singularidade de  $J$ , no FC convencional. Por fazer uso do FC esse método permite levar em conta as não linearidades relacionadas aos limites de geradores e de tap de transformadores, bem como a dependência da carga com relação à tensão. Outra vantagem do uso da curva QV é que as características de compensadores *shunts* de potência reativa (capacitores, e compensadores estáticos ou síncronos) podem ser representadas no mesmo gráfico, sendo o ponto de operação a interseção das duas curvas. O procedimento utilizado para se obter a curva QV é o seguinte [5]:

- Execute um FC para a condição de operação desejada (geralmente a condição se refere a uma situação de pós – contingência). Observa-se que a não convergência do FC para o caso base pode ser devida ao déficit de potência reativa. Neste caso o procedimento mais apropriado seria ir para o passo seguinte. O montante de potência reativa fornecido pelo compensador após a convergência corresponderá ao déficit de reativos.
- Após a escolha da barra para a qual se deseja obter a curva, conecte um compensador síncrono com potência ativa nula.
- Varie a tensão especificada para o compensador (usualmente são utilizados passos de 0,01 p.u. ou menos) e resolva o FC. Registre os valores da tensão ( $V$ ) e da potência reativa ( $Q$ ) do compensador.

<sup>1</sup> Dilson Amancio Alves e Rogério R. Matarucco, UNESP–Universidade Estadual Paulista, Departamento de Engenharia Elétrica, Campus de Ilha Solteira, C.P. 31, 15385-000, Ilha Solteira SP, Brasil, +55 18 3743 1163, dalves@dee.feis.unesp.br

- Repita os passos de 3 a 4 até obter um número suficiente de pontos, e, a seguir, plote a curva QV.

Uma outra forma de se obter as curvas QV, seria através da especificação do ângulo ( $\theta_k$ ) da barra  $k$  ao invés da tensão ( $V_k$ ). Às vezes essa opção pode ser útil como se verá posteriormente. Com a especificação do ângulo  $\theta_k$  eliminam-se a linha e a coluna  $k$  da matriz  $J$  correspondente à  $\partial Q_k/\partial \theta_k$ ; a barra é redefinida como sendo do tipo  $P\theta$  e não mais  $PV$ . Para que isso seja possível, o sistema matricial (35) da parte I [1] que corresponde ao sistema da Figura 1, deve ser colocado na seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta Q_2 \\ \Delta P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial Q_2/\partial \theta_2 & \partial Q_2/\partial V_2 \\ \partial P_2/\partial \theta_2 & \partial P_2/\partial V_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

onde, após a eliminação da linha e da coluna correspondente à  $\partial Q_2/\partial \theta_2$ , para cada valor fixado de  $\theta_2$  obtém-se o respectivo valor de  $Q_2$ . Neste caso não mais ocorrerão problemas numéricos posto que a matriz Jacobiana de (1) não é singular no ponto crítico, uma vez que nesse ponto  $\partial P_2/\partial V_2 \neq 0$ , conforme os comentários referentes à (29) parte I [1]. Observa-se que embora o parâmetro seja a variável  $\theta_2$ , pode-se traçar a curva QV com as tensões ( $V_2$ ) e potências reativas ( $Q_2$ ) obtidas para cada valor de  $\theta_2$  especificado. Esta curva será exatamente a mesma curva obtida pela especificação de  $V_2$ . É bom lembrar aqui que num FC convencional, para uma barra  $k$  qualquer, existem a princípio quatro variáveis:  $P_k$ ,  $Q_k$ ,  $V_k$  e  $\theta_k$ . Quando a barra é uma barra de carga as potências  $P_k$  e  $Q_k$  são conhecidas *a priori* e, portanto, são especificadas e tratadas como variáveis independentes, deixando as outras duas como variáveis dependentes. Como no caso se procura a máxima potência reativa  $Q_{máx}$  numa barra em que  $P_k$  é mantida constante, ou seja, se deseja obter a margem de potência reativa ainda disponível,  $P_k$  deverá ser especificada enquanto  $Q_k$  deverá ser tratada como variável dependente. Assim restam ainda as duas outras variáveis,  $V_k$  e  $\theta_k$ , a serem definidas como variável dependente ou independente. Em função do número de equações possíveis para cada barra ser igual a 2, deve-se especificar ainda mais uma variável. Assim, pode-se definir tanto  $V_k$  quanto  $\theta_k$  como variável dependente.

Uma observação com relação às curvas é quanto à terminologia usada, por exemplo, no caso da curva QV que usa  $Q$  como variável dependente (eixo das ordenadas) e  $V$  como variável independente (eixo das abscissas), e que portanto deveria ser denominada por curva VQ ao invés de QV. Por outro lado, apesar de haver uma convergência na literatura para o uso da terminologia QV, neste trabalho é adotada uma ou outra terminologia conforme a conveniência. No caso do uso de  $\theta$  como variável independente a curva deveria ser denominada por  $\theta Q$ , entretanto, como se verá mais a frente, o objetivo da mudança de variável ( $V$  para  $\theta$ ) é para possibilitar o traçado da curva QV e não  $\theta Q$ . Sendo assim, embora se use  $\theta$  como

variável independente, o que se obtém é a curva QV.

### Curva PV

A curva PV é a curva de máxima transferência de potência como função da tensão para um dado fator de potência. A relação entre as curvas PV e QV indica que a curva PV é a linha sobre a qual não existe, por todo o sistema, desequilíbrios de potência reativa. As curvas QV devem ser obtidas para cada nível de carga de interesse para encontrar a margem de MW ou MVAr, ou seja, as curvas QV são calculadas ao longo da curva PV testando a robustez do sistema para vários níveis de carregamento. Além disso, as curvas PV são úteis para análises conceituais de estabilidade de tensão e para estudo de sistemas radiais, sendo usadas também, para sistemas malhados onde  $P$  representa a carga total do sistema ou a potência de intercâmbio. O benefício desta metodologia de análise é que esta prevê uma indicação da proximidade do colapso ao longo de toda uma faixa de variação de carga, para a rede em análise.

Uma das formas de se obter a curva PV é através do uso de um FC convencional, o qual será executado para cada  $P$  especificado. Entretanto, como foi visto, este procedimento tem por inconveniência o fato de não eliminar a singularidade da matriz  $J$ . As curvas PV fornecem a variação (sensibilidade) da tensão da barra (ou de outras variáveis) com relação à carga, a margem de estabilidade de tensão, e a tensão para a qual a instabilidade ocorre. Ao invés de se usar um FC convencional pode-se conseguir uma boa estabilidade numérica com pequenas mudanças, similares às feitas para a obtenção da curva QV. Pode-se especificar tanto o ângulo  $\theta_k$  quanto a tensão  $V_k$ . No primeiro caso elimina-se a linha e a coluna  $k$  correspondente à  $\partial P_k/\partial \theta_k$  (o que é feito simplesmente colocando-se um número muito grande na diagonal); a barra é redefinida como sendo do tipo  $Q\theta$ . No segundo caso elimina-se a linha e a coluna  $k$  correspondente à  $\partial P_k/\partial V_k$ ; a barra é redefinida como sendo do tipo  $QV$ . Para que isso seja possível, o sistema matricial (35) da parte I [1] e que corresponde ao sistema da Figura 1 p. ex., deve ser colocado na seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta Q_2 \\ \Delta P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial Q_2/\partial \theta_2 & \partial Q_2/\partial V_2 \\ \partial P_2/\partial \theta_2 & \partial P_2/\partial V_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

onde, após a eliminação da linha e da coluna correspondente à  $\partial P_2/\partial V_2$ , para cada valor fixado de  $V_2$  obtém-se o respectivo valor de  $P_2$ . Neste caso não mais ocorrerão problemas numéricos posto que a singularidade foi removida, uma vez que no ponto crítico  $\partial Q_2/\partial \theta_2 \neq 0$  ( $(\partial Q_2/\partial \theta_2)|_{V_{2cr}, \theta_{2cr}} = y_{12} V_1^2 \neq 0$ ). No que se refere à terminologia adotada para a curva PV, valem os mesmos comentários feitos para as curvas QV.

### Exemplos Ilustrativos

Para ilustrar os métodos de traçado das curvas QV e PV apresentados até aqui considere o sistema da Figura 1,

apresentada em [1], para o qual foram adotados os seguintes valores  $\beta_2 = 1,19/0^\circ$  p.u. (barra *slack*),  $z_{12} = 0,3 + j 1,0$  p.u., e  $b_{12}^{sh} = b_2^{sh} = 0$ . Os objetivos das figuras apresentadas a seguir são o de validar os resultados obtidos com o traçado das curvas com as equações desenvolvidas na parte I [1], e o de comparar os desempenhos dos métodos modificados e o convencional.

### Fluxo de Carga Convencional

A Figura 1 a seguir apresenta as curvas PV obtidas pelo método convencional considerando apenas variações de potência ativa na barra 2. A curva foi obtida através de incrementos sucessivos de potência ativa na barra 2. Os dois casos considerados, aumento de geração e de carga, foram plotados na mesma por conveniência, já que pela convenção utilizada as potências apresentam sinais opostos. Inicialmente os incrementos foram de 5 MW, para cada um dos quais foi resolvido um FC, sendo que o número de iterações gasta em cada um foi de 2 (o limite máximo de iterações adotado foi de 10). Para o primeiro ponto em que o FC divergiu foi feita uma redução de passo de 1/10, retornou-se ao passo anterior e aplicou-se o novo incremento, o qual passou a ser de 0,5 MW. O mesmo procedimento foi usado para o ponto de divergência subsequente, enquanto que no seguinte o procedimento foi finalizado. Como pode-se ver nos detalhes da Figura 1, o PMC, ponto A ou B, não foi alcançado. Os valores exatos para a máxima potência (95,164 e 5,681 MW) e tensão crítica (0,997 e 0,742 p.u.) podem ser obtidos das respectivas equações da parte I [1], (13) e (14) para  $P_{g_{cr}}$  e  $P_{c_{cr}}$ , e (15) e (16) para  $V_{g_{cr}}$  e  $V_{c_{cr}}$ .

### Singularidade da Matriz Jacobiana (J)

Conforme já mencionado, o método convencional começa a apresentar problemas numéricos na vizinhança de PMC, pois neste ponto a matriz  $J$  torna-se singular. As Figuras 2(a) e (b) apresentam os valores do determinante de  $J$  juntamente com os determinantes de outras matrizes que são apresentadas a

seguir. Ambas as figuras foram obtidas especificando-se vários valores para a tensão da barra 2, ou seja, redefinindo o tipo da barra como  $QV$  e  $PV$ , respectivamente. Foram realizadas 2 iterações por ponto da curva, considerando passo de 0,01 p.u. na tensão, observando-se ainda que o FC para a obtenção de um novo ponto da curva é iniciado a partir do FC convergido para o ponto anterior. Os objetivos destas figuras são ilustrar o método de identificação da barra crítica apresentado em [6], e confirmar a singularidade da matriz ( $J$ ) no PMC (ponto A na Figura 2(a), e A' na Figura 2(b)). Nas figuras é mostrado também o determinante da matriz Jacobiana modificada ( $J_m$ ), utilizando a tensão na barra 2 como parâmetro. Nota-se que  $J_m$  não é singular em A e A' quando do uso das modificações anteriormente sugeridas.

A metodologia proposta em [6] é baseada no uso da fórmula de *Schur* para determinantes. Assume-se uma variação incremental de geração ou de carga  $\Delta P_i$  e  $\Delta Q_i$  numa barra  $i$  de um sistema, enquanto que todas as demais injeções nodais de potência permanecem constantes. Nestas condições o sistema linearizado das equações do sistema será:

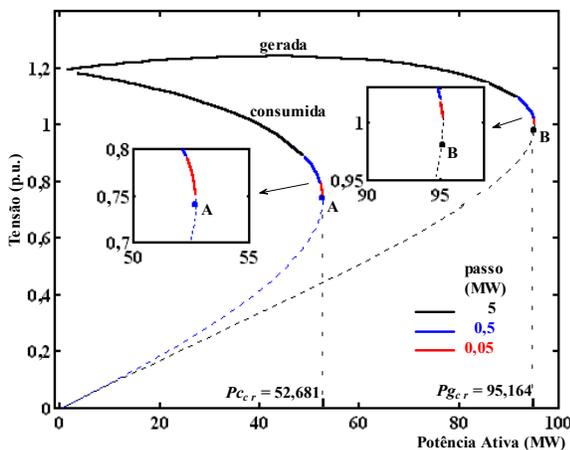
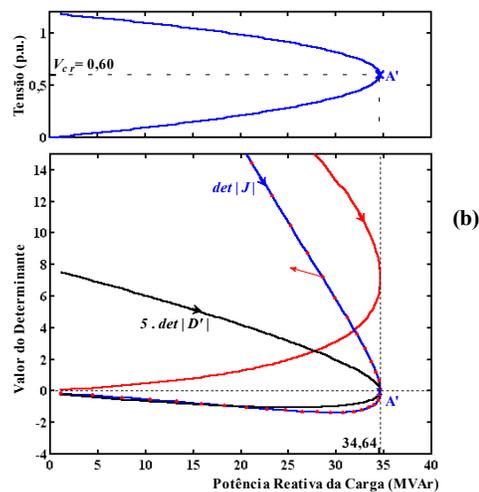
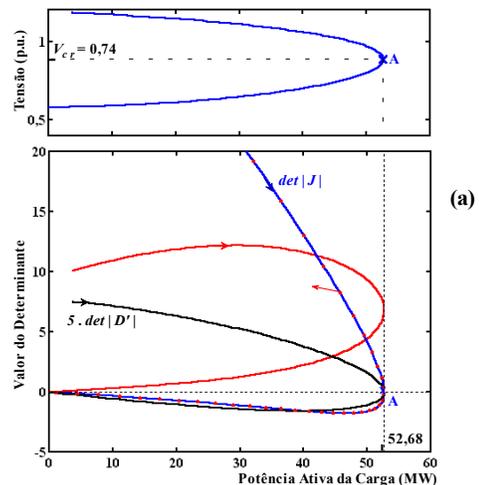


FIGURA 1

CURVAS PV UTILIZANDO FC CONVENCIONAL.

FIGURA 2

SINGULARIDADE DAS MATRIZES.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \Delta P_i & \Delta Q_i \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta & \Delta V & \Delta \theta_i & \Delta V_i \end{bmatrix}^T, \quad (3)$$

sendo que as submatrizes  $A_{(2nb-2npv) \times (2nb-2npv)}$ ,  $B_{(2nb-2npv) \times 2}$ ,  $C_{2 \times (2nb-2npv)}$ , e  $D_{2 \times 2}$  são partições da matriz  $J$ , e  $nb$  e  $npv$  são respectivamente o número de barras do sistema e de barras PV. De acordo com a fórmula de Schur:  $\det|J| = \det|A| \times \det|D - CA^{-1}B| = \det|A| \times \det|D'|$ . Uma vez que a matriz  $A$  é não singular, a singularidade da matriz  $D'$  implica na singularidade da matriz  $J$ . O sinal e a magnitude de  $\det|D'|$  traduzem a sensibilidade do módulo e do ângulo da tensão em relação à variação de carga ativa e reativa na barra em análise. Se o  $\det|D'| > 0$ , o sistema encontra-se na região normal de operação, região estável. Se o  $\det|D'| < 0$ , o sistema encontra-se na região anormal de operação onde as ações de controle podem ter efeito oposto ao esperado, para o caso de cargas de potência constante. A barra associada ao menor  $\det|D'|$  é considerada a barra crítica. Observa-se que a determinação da barra crítica por esta metodologia requer o cálculo de  $D'$  para todas as barras, o que implica num elevado consumo de tempo no caso de grandes sistemas. A vantagem de se usar o  $\det|D'|$  ao invés do  $\det|J|$  é que este último, em geral, apresenta valores muito elevados (da ordem de 5 vezes maior no caso de um sistema pequeno como este - comparar os valores de ambos nas figuras), enquanto que o primeiro não. Também, a mudança de sinal do  $\det|J|$  ocorre de forma muito brusca, o que praticamente inviabiliza o seu uso nas análises de colapso de tensão. As Figuras 5(a) e 5(b) mostram também  $\det|D'|$  e  $\det|A| \times \det|D'|$ . Estes são nulos no PMC (pontos A e A').

### Métodos Modificados

A Figura 3 apresenta o uso dos métodos modificados para a obtenção das mesmas curvas apresentadas na Figura 1, onde agora incluiu-se também, as correspondentes curvas de variação do ângulo da barra 2. Os passos utilizados para a obtenção dos pontos da curva foram de 5,0 MW para o método convencional, 0,01 p.u. para os modificados parametrizados por tensão, e 2 graus para o parametrizado por ângulo. Os valores de potência máxima e tensão crítica podem ser comparados aos fornecidos quando dos comentários feitos para a Figura 1. Já os valores exatos dos respectivos ângulos críticos  $\theta_{gcr} = 53,35^\circ$  e  $\theta_{cgr} = -36,65^\circ$ , podem ser obtidos de (17) e (18) da parte I [1], respectivamente. Nestas curvas pode-se observar algumas características importantes dos diversos métodos. Como já comentado na Figura 1, o método convencional diverge no ponto C, sendo que para aproximar-se mais do ponto crítico A é necessário realizar uma redução de passo. Entretanto, não é possível, devido à singularidade de  $J$ , ultrapassar este ponto se a condição inicial anterior se encontrar antes do mesmo. Com uma condição inicial adequada, isto é, um ponto convergido ou um estado inicial escolhido que esteja muito próximo de uma solução de baixa tensão, portanto além do ponto A (PMC), pode-se traçar o restante da curva,

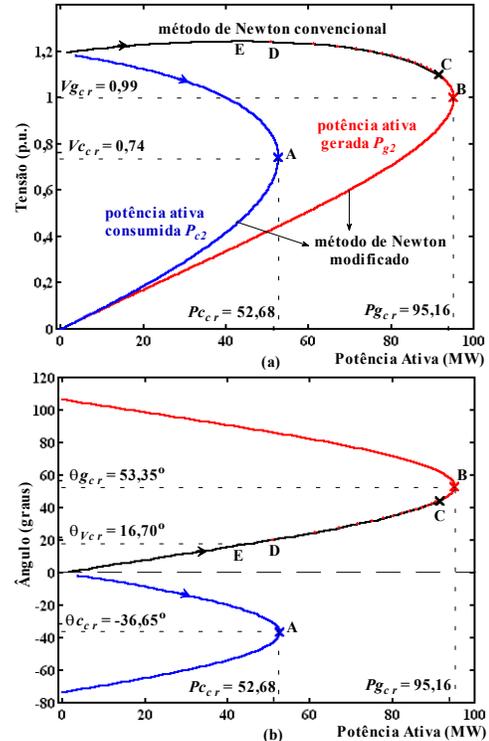


FIGURA 3

MÉTODOS DE NEWTON MODIFICADOS.

bastando para isso, usar passos negativos, ou seja, diminuir o valor da potência ativa. Caso similar acontece com o método parametrizado por tensão quando do traçado da curva de  $P_g$ , só que com relação ao seu respectivo ponto de singularidade, ponto E. Neste caso, o valor da tensão crítica, no caso tensão máxima, pode ser obtido de (32) fazendo-se  $dP_2/dV_2 = \infty$ , o que leva à condição  $\sqrt{V_2^2 V_1^2 y_{12}^2 - b_{12}^2 V_2^4} = 0$ , de onde se obtém o valor crítico para a tensão  $V_{g2Vcr} = z_{12} V_1 / x_{12} = 1,243$  p.u., o qual após a substituição na equação (26) fornece a respectiva potência crítica  $P_{g2Vcr} = r_{12} V_1^2 / x_{12}^2 = 42,483$  MW. Quanto ao ângulo crítico, pode-se obtê-lo, por exemplo, da condição de que o  $\det|J_m| = 0$ , ou seja,  $\partial Q_2 / \partial \theta_2 = y_{12} V_1 V_2 \cos(\theta_2 + \phi) = 0$ , de onde se obtém  $\theta_{g2Vcr} = 90^\circ - \phi = 16,70^\circ$ . Observa-se que partindo do flat-start (estimativa inicial onde todos os ângulos são assumidos iguais a zero e as tensões iguais a 1,0 p.u.) e incrementando a tensão de 0,01 em 0,01 p.u., é possível aproximar-se do ponto E, mas não ultrapassá-lo. Se após aproximar-se de E, com sucessivas reduções no valor do incremento do passo, tentar-se diminuir a tensão, retornar-se-á pelo mesmo caminho. A solução seria, por exemplo, ou partir de um ponto convergido que se encontra além deste ponto obtido por um FC convencional, como foi o caso (ponto D), ou ao aproximar-se do ponto, e em função do aumento do número de iterações, mudar de método. Esta última opção é apresentada posteriormente. Observa-se que estas mesmas curvas foram obtidas com (29) da parte I [1].

Quanto ao uso do ângulo como parâmetro, pode-se

verificar da condição de que o  $\det |J_m| = 0$ , isto é,  $\partial P_2 / \partial \theta_2 = -y_{12} V_1 V_2 \text{sen}(\theta_2 + \phi) = 0$  implica em  $\theta_{g_{2acr}} = -\phi = -73,30^\circ$ , e que portanto este não apresenta singularidade na região de interesse. Assim, pode-se traçar inteiramente ambas as curvas sem a necessidade de mudar de método. Isto já era esperado por se tratar de aumento de potência ativa, o qual é conseguido, principalmente, às custas do aumento da abertura angular e, conseqüentemente, do aumento de  $\theta_2$ .

### Curvas SV

Pode-se também traçar a curva SV, isto é, traçar a curva de crescimento da carga para um dado fator de potência ( $fp = \cos\phi$ ), o qual é mantido constante. Uma vez conhecido o ângulo do fator de potência, torna-se possível colocar tanto a potência ativa ( $P_k = S_k \cos\phi$ ) quanto a reativa ( $Q_k = S_k \text{sen}\phi$ ) em função da potência aparente  $S_k$  e do ângulo  $\phi$ . Pode-se agora especificar tanto o ângulo  $\theta_k$  quanto a tensão  $V_k$ . No entanto, nestes casos as respectivas linha e coluna  $k$  não mais seriam eliminadas, mas sim seriam trocadas as suas diferenciais em relação à variável anterior,  $V_k$  ou  $\theta_k$ , e que agora é especificada, pelas diferenciais em relação à nova variável  $S_k$ . Outro modo mais interessante no entanto, seria o de considerar um fator de carregamento  $\lambda$  e dois outros fatores pré – especificados,  $K_p$  e  $K_q$ , os quais possibilitam a generalização do processo para o aumento de carga numa barra  $k$  específica. As potências ativas e reativas escritas em função destes novos fatores seriam  $P_k = \lambda \times K_p \times S_k \cos\phi$  e  $Q_k = \lambda \times K_q \times S_k \text{sen}\phi$ , respectivamente. Com isso, qualquer uma das curvas anteriores (PV: com  $K_q = 0$ ; ou QV: com  $K_p = 0$ ) inclusive agora a curva SV (incluindo também ângulos de fatores de potência diferentes de  $\phi$ ), pode ser obtida através da especificação ou da tensão ( $V_k$ ) ou do ângulo ( $\theta_k$ ) da barra  $k$ . As curvas são obtidas considerando agora a nova variável  $\lambda$  e assim, na nova matriz  $J$ , denominada por  $J_m$ , não são eliminadas as respectivas linha e coluna  $k$ , mas sim conforme já comentado, substituem-se as respectivas diferenciais com relação a variável escolhida como parâmetro (a tensão  $V_k$  ou o ângulo  $\theta_k$ , variável independente) pelas diferenciais com relação à nova variável  $\lambda$ . Assim sendo, para o sistema de duas barras p. ex., usando a tensão da barra 2 ( $V_2$ ) ou o ângulo da tensão da barra 2 ( $\theta_2$ ) como parâmetro a equação resulta, respectivamente:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial P_2 / \partial \theta_2 & \partial P_2 / \partial \lambda \\ \partial Q_2 / \partial \theta_2 & \partial Q_2 / \partial \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial P_2 / \partial \theta_2 & -K_p S_2 \cos \phi \\ \partial Q_2 / \partial \theta_2 & -K_q S_2 \text{sen} \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$e \quad \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial P_2 / \partial \lambda & \partial P_2 / \partial V_2 \\ \partial Q_2 / \partial \lambda & \partial Q_2 / \partial V_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \lambda \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_p S_2 \cos \phi & \partial P_2 / \partial V_2 \\ -K_q S_2 \text{sen} \phi & \partial Q_2 / \partial V_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \lambda \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} \quad (39)$$

Observe que agora as curvas PV ( $fp=1$ , isto é,  $K_p=1$  e  $K_q=0$ , Figuras 2(a)) e QV ( $fp=0$ , isto é,  $K_p=0$  e  $K_q=1$ , Figuras 2(b)), as demais curvas passam a ser casos particulares da metodologia empregada para traçar a curva SV. Os valores críticos para potência, tensão e ângulo, podem ser obtidos de (23) a (28), respectivamente, enquanto que o traçado das curvas pode ser obtido de (31), apresentadas na parte I [1].

### CONCLUSÕES

Neste trabalho são apresentados e avaliados os métodos de Newton convencional e propostos, considerando as variações de cargas numa única barra. Observa-se que os métodos propostos são casos especiais do método da continuação. A técnica usada para o traçado da curva QV, p. ex., faz uso da técnica de parametrização local com previsão trivial ou polinomial modificada de ordem zero [7]. No caso,  $\lambda = Q_k$  (potência reativa da barra  $k$ ), e a tensão do gerador fictício  $V_k$  é utilizada como parâmetro. Assim, a solução sucessiva das equações do FC pelo método de Newton com a prefixação de vários valores para o parâmetro em uso ( $\lambda$ ,  $\theta_k$ , ou  $V_k$ ) são casos particulares dessa técnica de previsão. Dessa forma, todos os casos anteriores podem ser considerados como uma particularidade do método da continuação [4]. Ao incluir-se  $\lambda$  como variável, as equações do FC passam a ter  $(n+1)$  variáveis para  $n$  equações. Assim, pode-se definir qualquer uma das  $n+1$  variáveis como parâmetro. O valor deste parâmetro ( $\theta_k$ ,  $V_k$  ou até mesmo  $\lambda$ ) pode ser especificado e, portanto, removido do sistema. Assim, passa-se a ter novamente  $n$  equações a  $n$  incógnitas. A escolha adequada do parâmetro em função daquele que apresentar a maior taxa de variação durante o traçado da curva costuma ser o suficiente para eliminar a singularidade da matriz Jacobiana. Esta troca de variáveis corresponde à rotação de  $90^\circ$  do diagrama  $\theta_k$  versus  $\lambda$ , ou  $V_k$  versus  $\lambda$  [7].

### REFERÊNCIAS

- [1] Alves, D. A. e Matarucco, R. R., "Fluxo de Carga versus Fluxo de Carga Continuado Parte I: Métodos Analíticos", Proc. of 3rd International Conference on Engineering and Computer Education, 2003, SP, Brasil.
- [2] Kundur, P., Power System Stability and Control, McGraw - Hill, New York, 1993, pp. 1176.
- [3] Taylor, C. W., "Power System Voltage Stability", McGraw - Hill, New York, 1994, 273p.
- [4] Van Cutsem, T. e Vournas, C., "Voltage Stability of Electric Power System", Kluwer Academic Publishers, Boston, 1998, 376p.
- [5] WSCC-Reactive Power Reserve Work Group (RRWG), "Final Report, Voltage Stability Criteria, Undervoltage Load Shedding Strategy, and Reactive Power Reserve Monitoring Methodology", May, 1998, 154p.
- [6] Prada, R. B. e Xisto V. F., "Voltage Stability System Critical Area Identification Based on the Existence of Maximum Power Flow Transmission", Proc. of PSCC, August, 1993, pp. 315-320.
- [7] Seydel, R., "From Equilibrium to Chaos: Practical Bifurcation and Stability Analysis", 2<sup>nd</sup> ed., Springer-Verlag, New York, 1994.