

Fluxo de Carga versus Fluxo de Carga Continuado Parte I: Métodos Analíticos

Dilson A. Alves¹ e Rogério R. Matarucco¹

Resumo — O método de fluxo de carga convencional é considerado inadequado para se obter o ponto de máximo carregamento (PMC) de sistemas de potência, devido à singularidade da matriz Jacobiana neste ponto. Os métodos de parametrização são ferramentas eficientes para a solução deste tipo de problema, visto que técnicas de parametrização podem ser utilizadas para evitar a singularidade da matriz Jacobiana. Neste trabalho são desenvolvidas as expressões analíticas que serão usadas para validar os resultados obtidos pelos métodos modificados de Newton e desacoplado rápido, existentes e propostos, considerando as variações de cargas numa única barra.

Palavras - Chave — Fluxo de Carga, métodos de continuação, ponto de máximo carregamento.

INTRODUÇÃO

A estabilidade de tensão tem se tornado uma questão crítica para a operação dos sistemas de potência. O crescimento contínuo da demanda associado às restrições econômicas e ambientais tem levado o sistema a operar próximo de seus limites. Portanto, o conhecimento preciso de quão distante o atual ponto de operação se encontra de seu limite de estabilidade é crucial para o operador. As análises estáticas de estabilidade de tensão de sistemas de potência podem ser realizadas através da obtenção do perfil de tensão das barras em função de seu carregamento (curvas PV, QV, e SV). Entre outras aplicações, estas curvas são utilizadas para se determinar os limites de transferência entre áreas de uma rede de transmissão, ajustes de margens, e comparação de planos de transmissão. Procedimentos automatizados de Fluxo de Carga (FC), utilizando o método convencional de Newton, foram adotados por muitas concessionárias para executar suas análises. Assim, estas curvas possibilitam a compreensão das condições de operação do sistemas para diferentes carregamentos. O uso dos métodos convencionais de FC para a obtenção das curvas está restrito à sua parte superior (correspondendo a operação estável). Para sistemas com cargas de potência constante, o aumento gradual de carga conduzirá ao PMC. Nestas condições, a matriz Jacobiana das equações do FC tornar-se-á singular. Consequentemente, o método convencional apresentará dificuldades numéricas. Estas ocorrerão mesmo quando do uso de cálculos com dupla-precisão e algoritmos anti-divergentes. Pontos de operação muito próximos ao PMC podem ser calculados utilizando métodos de FC

convencional. Contudo, sempre será necessário ponderar se os problemas de não convergência são devidos aos problemas numéricos ou às limitações físicas do sistema. Em geral, as diferenças não são óbvias.

Os objetivos deste trabalho são os de introduzir os conceitos básicos dos métodos de Newton e desacoplado rápido propostos para a solução de fluxo de carga (FC) e demonstrar que, uma vez adequadamente equacionados, qualquer um deles pode ser usado para a obtenção do ponto de máximo carregamento (PMC) de um sistema de potência. Para alcançar tal objetivo, os métodos estão separados por grupos: analítico, de Newton, e desacoplado rápido, sendo os dois últimos apresentados respectivamente, nas partes II [1] e III [2] deste trabalho. Estes métodos, por sua vez, estão subdivididos de acordo com as curvas a serem traçadas: PV, QV, e SV. Ao final de cada grupo demonstra-se que os métodos utilizados no traçado das curvas PV e QV podem ser considerados como casos particulares do usado para o traçado da curva SV. Assim, primeiramente o traçado das curvas e os conceitos serão explicados a partir de equações analíticas obtidas para um sistema simples de duas barras. A seguir, as expressões analíticas são usadas para validar os resultados obtidos pelos métodos modificados de Newton e desacoplado rápido, existentes e propostos, considerando as variações de cargas numa única barra. Os métodos utilizados para o traçado das curvas PV, QV, e SV apresentados, podem, conforme será concluído na parte II [1], serem considerados como casos particulares do método de continuação usado para o traçado da curva SV, considerando variações de carga por todo o sistema.

Expressões Analíticas para um Sistema Simples

O objetivo da parte I é introduzir alguns conceitos básicos relacionados ao colapso de tensão utilizando, para isso, apenas expressões analíticas. Considere inicialmente um sistema simples de duas barras, interligadas por uma linha de

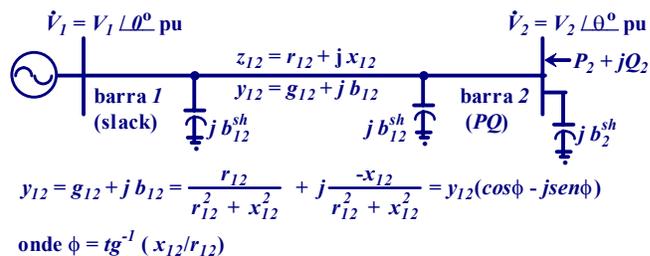


FIGURA 1
SISTEMA DE DUAS BARRAS

¹ Dilson Amancio Alves e Rogério R. Matarucco, UNESP–Universidade Estadual Paulista, Departamento de Engenharia Elétrica, Câmpus de Ilha Solteira, C.P. 31, 15385-000, Ilha Solteira SP, Brasil, +55 18 3743 1163, dalves@dee.feis.unesp.br

transmissão (LT), como mostrado na Figura 1. Posteriormente, quando da apresentação dos métodos de Newton e desacoplado rápido, propriamente ditos, as expressões aqui desenvolvidas poderão ser utilizadas para se validar os resultados obtidos para o mesmo sistema. Observa-se que vários trabalhos propostos na literatura foram desenvolvidos a partir de um sistema simples como este [3]-[5].

As injeções de potência ativa (P_2) e reativa (Q_2) na barra 2 do sistema da Figura 1 são dadas por:

$$P_2 = Pg_2 - Pc_2 = G_2V_2^2 - V_2V_1(g_{12}\cos\theta_{21} + b_{12}\sin\theta_{21}) \quad (1)$$

$$Q_2 = Qg_2 - Qc_2 = -B_2V_2^2 - V_2V_1(g_{12}\sin\theta_{21} - b_{12}\cos\theta_{21}) \quad (2)$$

onde $G_2 = g_{12}$, $B_2 = (b_{12} + b_{12}^{sh} + b_2^{sh})$, $\theta_{21} = \theta_2 - \theta_1$, Pg_2 e Pc_2 , Qg_2 e Qc_2 , são as potências ativa e reativa geradas e consumidas, respectivamente, especificadas para a barra 2. Adotando-se a barra 1 como referência angular ($\theta_1 = 0$), (1) e (2) podem ser colocadas nas seguintes formas:

$$P_2 - G_2V_2^2 = -V_2V_1(g_{12}\cos\theta_2 + b_{12}\sin\theta_2) = -y_{12}V_2V_1\cos(\theta_2 + \phi) \quad (3)$$

$$Q_2 + B_2V_2^2 = -V_2V_1(g_{12}\sin\theta_2 - b_{12}\cos\theta_2) = -y_{12}V_2V_1\sin(\theta_2 + \phi) \quad (4)$$

Dividindo-se (3) pela (4) obtém-se:

$$\theta_2 = -\phi + \text{tg}^{-1} \left[\frac{Q_2 + B_2V_2^2}{P_2 - G_2V_2^2} \right] \quad (5)$$

Elevando ambos os lados de (4) e (5) ao quadrado, e somando-as a seguir, obtém-se:

$$(P_2 - G_2V_2^2)^2 + (Q_2 + B_2V_2^2)^2 = V_2^2V_1^2y_{12}^2, \quad (6)$$

de onde se pode obter o módulo da tensão na barra 2 da seguinte equação biquadrática em V_2 :

$$(G_2^2 + B_2^2)V_2^4 - (2(G_2P_2 - B_2Q_2) + y_{12}^2V_1^2)V_2^2 + (P_2^2 + Q_2^2) = 0, \quad (7)$$

a qual apresentará solução real sempre que:

$$\Delta = (2(G_2P_2 - B_2Q_2) + y_{12}^2V_1^2)^2 - 4(G_2^2 + B_2^2)(P_2^2 + Q_2^2) \geq 0. \quad (8)$$

Sempre que os valores especificados para P_2 , Q_2 e V_1 forem tais que a condição acima seja obedecida, o módulo da tensão na barra 2 será calculado por:

$$V_2^2 = \left[\frac{(2(G_2P_2 - B_2Q_2) + y_{12}^2V_1^2) \pm \sqrt{\Delta}}{2(G_2^2 + B_2^2)} \right], \quad (9)$$

de onde se verifica que podem existir dois valores positivos para V_2 . O valor obtido utilizando o sinal positivo em (9) corresponde à solução de alta tensão ou solução estável (V_2^H). Já, o valor obtido utilizando o sinal negativo corresponde à solução de baixa tensão ou solução instável (V_2^L). Para o sistema sem carga ($P_2 = Q_2 = 0$), e $B_2 = b_{12}$ (elementos *shunt* de barra e de linha desprezados), as soluções serão V_1 e zero, respectivamente. À medida que a carga da barra 2 aumentar, o valor de V_2^H diminuirá, enquan-

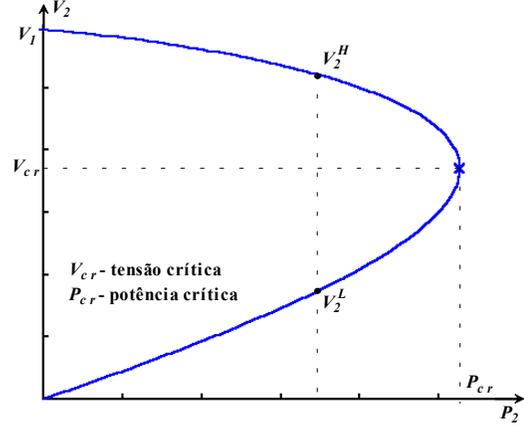


FIGURA 2

VARIAÇÃO DA MAGNITUDE DE TENSÃO V_2 EM FUNÇÃO DE P_2 , COM $Q_2 = 0 =$ CONSTANTE, PARA A REDE DA FIGURA 1.

to o de V_2^L aumentará. Quando as duas soluções se igualarem (condição em que $\Delta = 0$ em (8)) ter-se-á atingido o PMC, ou ponto de máxima transferência de potência, ou potência crítica (P_{cr}). A tensão correspondente a este ponto é conhecida como tensão crítica (V_{cr}). A Figura 2 ilustra as grandezas P_{cr} e V_{cr} de forma genérica. Em particular, a curva mostra a variação da magnitude de tensão na barra 2 da rede da Figura 1 em função da variação de potência P_2 .

Equações Características da Curva PV

Considere um caso um pouco mais simples, para o qual os elementos *shunts* de linha e de barra são desprezados, ou seja, um caso em que $B_2 = b_{12}$. Obtém-se os valores críticos para a potência ativa e a tensão (módulo e ângulo), colocando (8) e (9) nas seguintes formas:

$$\Delta = \left(V_1^2/2 + (r_{12}P_2 + x_{12}Q_2) \right)^2 - z_{12}^2(P_2^2 + Q_2^2) \geq 0, \quad (10)$$

$$V_2^2 = \left(V_1^2/2 + r_{12}P_2 + x_{12}Q_2 \right) \pm \sqrt{\Delta}. \quad (11)$$

Considerando-se uma potência injetada ativa apenas ($P_2 = Pg_2 - Pc_2$ e $Q_2 = 0$), pode-se obter os valores máximos para as potências gerada (Pg_{2cr}) e consumida (Pc_{2cr}) fazendo o $\Delta = 0$ em (10), obtendo-se a seguinte equação:

$$P_{2cr}^2 - r_{12}/x_{12}^2 V_1^2 P_{2cr} - V_1^4/4x_{12}^2 = 0 \quad (12)$$

de onde tem-se:

$$Pg_{2cr} = V_1^2/2(z_{12} - r_{12}) \quad (13)$$

$$Pc_{2cr} = V_1^2/2(z_{12} + r_{12}) \quad (14)$$

A substituição de (13) e (14) em (11) fornece as seguintes tensões críticas:

$$Vg_{2cr} = \sqrt{z_{12}V_1^2/2(z_{12} - r_{12})} = V_1/2 \text{sen}(\phi/2) \quad (15)$$

$$Vc_{2cr} = \sqrt{z_{12}V_1^2/2(z_{12} + r_{12})} = V_1/2 \text{cos}(\phi/2) \quad (16)$$

Nestas equações considerou-se apenas o sinal positivo da raiz por se tratar do módulo da tensão. O módulo da impedância da carga (z_c) no ponto crítico, é dada por V_{cr}^2/P_{cr} . Com isso, fica fácil verificar, utilizando-se as quatro últimas equações, que a máxima transferência de potência ocorrerá quando o módulo da impedância da carga for igual ao módulo da impedância da linha. O ângulo crítico pode ser obtido de (5), colocando-a na seguinte forma:

$$tg(\theta_2 + \phi) = \left[\frac{-x_{12}/z_{12}^2}{P_2/V_2^2 + r_{12}/z_{12}^2} \right] = \left[\frac{-x_{12}}{r_{12} \mu z_{12}} \right].$$

Como $P_2 = Pg_2 - Pc_2$, o sinal negativo para z_{12} no denominador corresponderá à carga, enquanto que o positivo à geração. O segundo termo da equação acima pode ser colocado ou na forma ($\sqrt{(I - \cos \phi)/(I + \cos \phi)} = tg(\phi/2)$), ou na forma ($-\sqrt{(I + \cos \phi)/(I - \cos \phi)} = cot g(-\phi/2)$), e assim os ângulos críticos são dados por:

$$\theta_{g_{2cr}} = 90^\circ - \phi/2 \quad (17)$$

$$\theta_{c_{2cr}} = -\phi/2 \quad (18)$$

As Equações (13) e (14) mostram que tanto a potência consumida quanto a gerada numa barra são limitadas, e em geral será possível gerar um pouco mais potência do que consumi-la. Por outro lado, como pode ser observado em (15) e (16), a tensão crítica para injeção de potência será maior do que a de consumo de potência. Uma característica desejada para um sistema é que a tensão crítica se mantenha a um nível, de preferência, o mais baixo quanto possível da tensão normal de operação, sem que isso, conseqüentemente, venha a prejudicar o perfil geral de tensão [6].

Uma forma de aumentar a máxima transferência de potência, é através da injeção de potência reativa. Para fornecer a compensação *shunt* necessária, pode-se utilizar de banco de capacitores ou compensadores estáticos. O uso de capacitores é atrativo do ponto de vista econômico, especialmente quando o suporte de reativos necessário é muito grande. A utilização de compensadores estáticos tem se tornado menos atrativa com o advento da tecnologia de chaveamento de alta velocidade (0,15 a 0,75 segundos) de bancos de capacitores controlados por tiristores, os quais podem ser operados por meio de relés de subtensão [6]-[7]. Entretanto, na Figura 3 pode-se observar uma característica indesejável do uso de compensação *shunt* por meio de capacitor. À medida que se aumenta a margem de estabilidade do sistema através do aumento da compensação, a tensão crítica se aproximará cada vez mais da faixa de operação normal do sistema (faixa sombreada: $0,9 \leq V \leq 1,1$ p.u.), ou seja, o perfil de tensão tende a tornar-se cada vez mais plano. Conseqüentemente, o sistema fica mais propenso à ocorrência de colapso de tensão na faixa de operação normal. Dessa forma, em alguns casos, a despeito dos maiores custos iniciais e operacionais, o uso dos com-

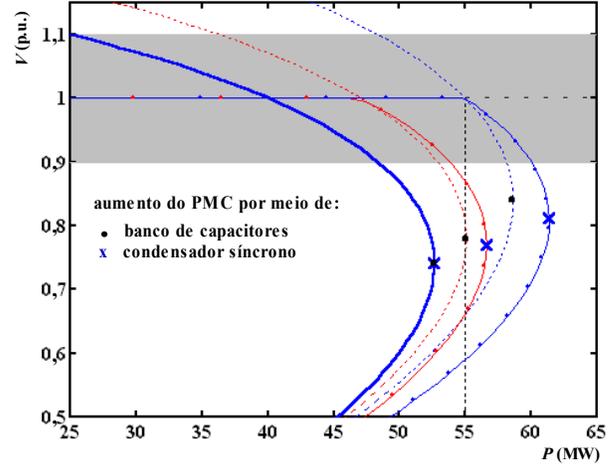


FIGURA 3
EFEITOS DA COMPENSAÇÃO DE REATIVOS SOBRE O PMC E A V_{cr} .

pensadores síncronos tem sido preferido ao invés de banco de capacitores *shunts* ou de compensadores estáticos, como por exemplo, no caso da Companhia Elétrica de Tóquio [6]. As razões desta escolha, conforme pode-se constatar na figura, são a de que estes além de não possuírem a característica de queda de potência reativa com o quadrado da tensão, possibilitam um aumento da margem de reativos com menores valores de tensão crítica.

Uma outra observação refere-se ao valor da resistência (r_{12}) da LT. Como pode-se verificar das equações, à medida que r_{12} tender para zero, as máximas potências injetada e consumida tenderão para o mesmo valor $V_1^2/(2x_{12})$ (em módulo) e que é igual à metade da potência de curto-circuito da rede; os ângulos críticos tenderão para $\pm 45^\circ$, e as tensões tenderão para o mesmo valor $V_1/\sqrt{2}$.

Equações Características das Curvas QV e SV

Equações similares podem ser desenvolvidas para o caso em que $G_2 = g_{12} \neq 0$, $B_2 = b_{12}$ e $P_2 = 0$ (curva QV). Nestas condições as equações de (13) a (16) serão as mesmas bastando trocar r_{12} por x_{12} , observando somente que a última simplificação feita em (15) e (16) não é mais a mesma e sim:

$$Vg_{2cr} = \sqrt{z_{12}V_1^2/2(z_{12} - x_{12})} = V_1/\sqrt{2(I - \sen \phi)}, \quad (19)$$

$$Vc_{2cr} = \sqrt{z_{12}V_1^2/2(z_{12} + x_{12})} = V_1/\sqrt{2(I + \sen \phi)}. \quad (20)$$

Por outro lado, os ângulos críticos são dado por:

$$\theta_{g_{2cr}} = -(90 + \phi)/2, \quad (21)$$

$$\theta_{c_{2cr}} = (90 - \phi)/2. \quad (22)$$

Para o caso genérico de potência injetada na barra 2 (curva SV) considerando um ângulo de fator de potência qualquer (ϕ), a potência aparente crítica gerada (Sg_{2cr}) e consumida (Sc_{2cr}) são, respectivamente:

$$Sg_{2cr} = V_1^2/2 z_{12}(1 - \cos(\varphi - \phi)) \quad (23)$$

$$Sc_{2cr} = V_1^2/2 z_{12}(1 + \cos(\varphi - \phi)) \quad (24)$$

para o caso em que $G_2 = g_{12} \neq 0$, $B_2 = b_{12}$. As correspondentes tensões críticas serão dadas por:

$$Vg_{2cr} = \sqrt{V_1^2/2(1 - \cos(\varphi - \phi))} \quad (25)$$

$$Vc_{2cr} = \sqrt{V_1^2/2(1 + \cos(\varphi - \phi))} \quad (26)$$

Enquanto que os ângulos críticos são dados por:

$$\theta g_{2cr} = 90 + (\varphi - \phi)/2, \quad (27)$$

$$\theta c_{2cr} = (\varphi - \phi)/2. \quad (28)$$

Observe que estas equações estão na forma geral, e uma vez sendo válidas para qualquer fator de potência, as equações anteriores passam a ser uma particularidade destas.

Traçado das Curvas PV, QV e SV

O traçado da curva PV pode ser realizado através da seguinte equação:

$$P_2 = G_2 V_2^2 \pm \sqrt{V_2^2 V_1^2 y_{12}^2 - (Q_2 + B_2 V_2^2)^2} \quad (29)$$

a qual foi obtida de (6). Dados os valores de Q_2 e V_1 , para cada valor de V_2 obtém-se diretamente os valores de P_2 . Da mesma forma que a equação para a tensão, esta equação mostra que há dois valores para P_2 , e que ambos serão iguais quando $V_2^2 V_1^2 y_{12}^2 - (Q_2 + B_2 V_2^2)^2 = 0$.

Um outro aspecto importante sobre esta equação, quando comparada à (1), é que nesta P_2 é função apenas de V_2 , enquanto que naquela é função também de θ_2 , e que por sua vez, também variará com V_2 . Portanto, dP_2/dV_2 obtida a partir de (29) será nula no ponto de máxima transferência de potência, enquanto que naquela, ou seja, na (1), ter-se-á apenas a derivada parcial de P_2 com relação a V_2 , $\partial P_2/\partial V_2$, e que é obtida considerando-se θ_2 constante. Observa-se que $\partial P_2/\partial V_2$ será diferente de zero no ponto crítico, $(\partial P_2/\partial V_2)|_{V_{2cr}, \theta_{2cr}} = V_1 \text{sen}^2(\phi/2)/z_{12} \cos(\phi/2) \neq 0$. Para o caso particular em que $B_2 = b_{12}$ e $Q_2 = 0$, ao se igualar dP_2/dV_2 a zero chega-se uma equação biquadrática em V_2 , de onde se obtém (15) e (16).

O traçado da curva QV pode ser realizado através da seguinte equação:

$$Q_2 = -B_2 V_2^2 \pm \sqrt{V_2^2 V_1^2 y_{12}^2 - (P_2 - G_2 V_2^2)^2}, \quad (30)$$

a qual também foi obtida de (6). Assim, uma vez conhecidos os valores de P_2 e V_1 , pode-se obter diretamente o valor de Q_2 para cada valor atribuído a V_2 . Comentários similares aos feitos para a (29) também podem ser feitos para esta equação.

Já a equação a seguir, também obtida a partir de (6), fornece a curva SV para o caso particular em que $G_2 = g_{12} \neq 0$, $B_2 = b_{12}$:

$$|S_2| = y_{12} V_2^2 \left(\cos(\varphi - \phi) \pm \sqrt{(V_1/V_2)^2 - \text{sen}^2(\varphi - \phi)} \right), \quad (31)$$

para a qual, uma vez conhecidos os valores de V_1 e do ângulo do fator de potência φ , é possível traçar a curva SV variando-se o valor de V_2 . Aqui também cabem comentários similares aos feitos com relação à (29). Outro fato importante agora, é que nesta equação se tem o módulo de S_2 , devendo-se tomar o cuidado com relação ao sinal da função módulo:

$$|S_2| = S_2, \text{ se } S_2 = Sg_2 \quad (32)$$

$$\text{e } |S_2| = -S_2, \text{ se } S_2 = Sc_2. \quad (33)$$

Estas equações possibilitam o traçado das curvas PV, QV e SV, de um sistema simples como o apresentado na Figura 1. Nas partes II [1] e III [2], as curvas PV, QV e SV completas serão primeiramente traçadas utilizando estas equações. A seguir, as curvas e as equações analíticas serão utilizadas para caracterizar as limitações dos métodos de cálculo de Fluxo de Carga existentes, métodos de Newton e desacoplado rápido, e as vantagens dos métodos propostos sobre estes.

SINGULARIDADE DA MATRIZ JACOBIANA

Conforme foi comentado na introdução, o uso dos métodos convencionais de FC para a obtenção das curvas PV, QV e SV, está restrito à sua parte superior (correspondendo a operação estável, ver Figura 2). Para sistemas com cargas de potência constante, o aumento gradual de carga conduzirá ao PMC. Afirma-se que nestas condições, a matriz Jacobiana das equações do FC tornar-se-á singular, isto é, o determinante da matriz será nulo. Uma consequência imediata desta singularidade é que o método de Newton convencional apresentará dificuldades numéricas mesmo quando do uso de cálculos com dupla-precisão e algoritmos anti-divergentes [8] e [9]. Por outro lado, nos métodos desacoplados, as matrizes utilizadas são calculadas, para a condição *flat-start* [2], a partir das respectivas submatrizes das matrizes Jacobianas dos métodos de Newton. Estas matrizes serão mal-condicionadas para o cálculo dos pontos das curvas (os quais, correspondem as soluções do FC) nas vizinhanças do PMC, bem como do próprio ponto. Este mal-condicionamento será responsável pela divergência do processo numérico de resolução do FC. Assim, as equações do FC não mais apresentam solução. Estas equações são essenciais para a análise estática da estabilidade de tensão, já que representam um limite para a região de operação estável. Quando as equações do FC não apresentam solução para uma dada condição de carregamento, conclui-se que a geração e a rede não são fisicamente capazes de suprir esta demanda, exigindo modificações ou no despacho da geração

ou na topologia da rede de transmissão, ou em ambas, para que tal demanda possa ser atendida com segurança [10].

Cabe observar entretanto, que a singularidade da matriz J do método de Newton no PMC, é devida à redução do *rank* da matriz J , não significa que neste ponto (PMC) o sistema não tenha solução. Na realidade ela existe, é única, e bem definida. Portanto, para se obter a solução, é necessário acrescentar a informação perdida com a redução do *rank*, ou modificar a matriz de forma a eliminar a singularidade [11]. Para carregamentos maiores que o do PMC, no entanto, as equações de FC não têm solução. Pontos de operação muito próximos ao PMC podem ser calculados utilizando métodos de FC convencional [12]. Contudo, sempre será necessário ponderar se os problemas de não convergência são devidos aos problemas numéricos ou às limitações físicas do sistema. Em geral, as diferenças não são óbvias.

O objetivo agora é o de demonstrar que a matriz Jacobiana é singular (apresenta determinante nulo) no PMC. Para isso, considere as equações linearizadas do FC, que de acordo com o método de Newton-Raphson, são dadas por:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (34)$$

onde J é a matriz Jacobina e H , N , M e L são submatrizes que correspondem às derivadas de potência com relação às tensões e aos seus ângulos. ΔP e ΔQ correspondem aos *mismatches* de potências ativas e reativas, respectivamente, enquanto ΔV e $\Delta \theta$ correspondem às correções das magnitudes e ângulos das tensões. Isto pode ser demonstrado para as condições estabelecidas pelas equações analíticas de (13) a (18). Para o caso do exemplo da Figura 1, J será dada por:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial V_2} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_2} \end{bmatrix}, \quad (35)$$

cujo determinante, após obter-se as derivadas parciais de (3) e (4), e substituí-las em (2), é dado por:

$$\det |J| = [-y_{12}V_1V_2 \sin(\theta_2 + \phi)][y_{12}V_1 \sin(\theta_2 + \phi) + 2b_{12}V_2] - [y_{12}V_1V_2 \cos(\theta_2 + \phi)][y_{12}V_1 \cos(\theta_2 + \phi) - 2g_{12}V_2],$$

a qual pode ser simplificada para a forma:

$$\det |J| = 2y_{12}^2V_1V_2(V_2 \cos \theta_2 - V_1/2), \quad (36)$$

Agora, utilizando-se as equações, (15) e (17) no caso de geração de potência, ou (16) e (18) no caso de consumo, comprova-se que o termo entre parênteses se anula, e, portanto, o $\det |J|$ também será nulo no PMC. Na parte II [1] será demonstrado como se eliminar a singularidade da matriz J e possibilitar o cálculo do PMC sem qualquer problema numérico.

CONCLUSÕES

Neste trabalho foram desenvolvidas, para um sistema de 2 barras, as expressões analíticas que serão usadas para convalidar os resultados obtidos pelos métodos modificados de Newton e desacoplado rápido, existentes e propostos, considerando as variações de cargas numa única barra. Estas expressões possibilitam, para o sistema de duas barras em particular, o traçado completo das curvas PV, QV e SV, bem como a determinação de seus respectivos valores críticos (V_{cr} , θ_{cr} e P_{cr} , Q_{cr} ou S_{cr}). O traçado destas curvas pode ser realizado a partir do conhecimento do valor de V_1 e do valor de Q_2 , P_2 ou do ângulo do fator de potência ϕ , respectivamente, por simples variação da tensão V_2 no terminal da carga.

AGRADECIMENTO

Os autores agradecem o apoio financeiro da CAPES.

REFERÊNCIAS

- [1] Alves, D. A. e Matarucco, R. R., "Fluxo de Carga versus Fluxo de Carga Continuo Parte II: Métodos de Newton", Proc. of 3rd International Conference on Engineering and Computer Education, 2003, SP, Brasil.
- [2] Alves, D. A. e Matarucco, R. R., "Fluxo de Carga versus Fluxo de Carga Continuo Parte III: Fluxo de Carga Desacoplado Rápido", Proc. of 3rd International Conference on Engineering and Computer Education, 2003, SP, Brasil.
- [3] El-Kateb, M. M.; Abdelkader, S. e Kandil, M. S., "Linear Indicator for Voltage Collapse in Power Systems", IEE Proc. Gener. Transm. Distrib., Vol. 144, No 2, March, 1997, pp.139-146.
- [4] El-Sadek, M. Z.; Abdel-Salam, M. S. e Hussien A. A., "Criteria for Detection of Steady-State Voltage Stability of Power Systems", *Electric Machines and Power Systems*, Vol. 25, 1997, pp.851-864.
- [5] Haque, M. H., "A Fast Method for Determining the Voltage Stability Limit of a Power System", *Electric Power Systems Research*, Vol. 32, N° 1, January, 1995, pp.35-43.
- [6] Taylor, C. W., "Power System Voltage Stability", *McGraw - Hill*, New York, 1994, 273p.
- [7] Van Cutsem, T. e Vournas, C., "Voltage Stability of Electric Power System", *Kluwer Academic Publishers*, Boston, 1998, 376p.
- [8] Chao, X. Y., et al., "Practical Determination of Operating Transfer Limits", *Proc. of PICA Conference*, 1995, pp. 271-277.
- [9] Iwamoto S. e Tamura Y., "A Load Flow Calculation Method for Ill-conditioned Power Systems", *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, PAS-100, 1981, pp. 1736-1743.
- [10] Lesieutre, B. C., Sauer, P. W. e Pai, M. A., "Existence of Solutions for the Network/Load Equations in Power Systems", *IEEE Trans. on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, Vol. CAS-I-46, N° 8, 1999, pp. 1003-1011.
- [11] Seydel, R., "From Equilibrium to Chaos: Practical Bifurcation and Stability Analysis", 2nd ed., *Springer-Verlag*, New York, 1994.
- [12] Mansour, Y., "Suggested techniques for voltage stability analysis", *IEEE Power Engineering Subcommittee Report*, 93TH0620-5-PWR, 1993.